***Définition***

*La fonction logarithme népérien, notée ln ou ( Log) est la primitive sur définie sur ]0, + ∞[ de la fonction* $x \mapsto \frac{1}{x}$ *qui s'annule en 1.*

***Soit a et b deux réels strictement positifs et*** $a_1, a_2, \ldots a_n > 0$

| | | |
|---|---|---|
| $ln(a.b) = ln\,a + ln\,b$ | $ln\left(\frac{a}{b}\right) = ln\,a - ln\,b$ | $ln\left(\frac{1}{b}\right) = -ln\,a$ |
| $ln(a_1.a_2\ldots a_n) = ln\,a_1 + ln\,a_2 + \ldots + ln\,a_n$ | $ln(a^n) = n\,ln\,a$ | $ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}ln\,a$ |

- $ln\,x < 0$ *si et seulement si* $0 < x <$
- $lnx = 0$ *si et seulement si* $x = 1$
- $ln\,x > 0$ *si et seulement si* $x \in ]1\,;+\infty[$
- *La fonction* $x \mapsto ln\,x$ *est strictement croissante sur* $]0\,;+\infty[$

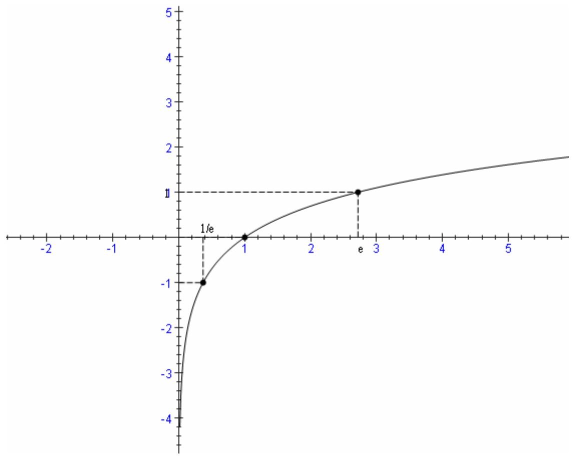
***Soit n et m deux entiers naturels non nuls***

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\lim\limits_{x\to+\infty} ln\,x = +\infty$ | $\lim\limits_{x\to 0^+} ln\,x = -\infty$ | $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln\,x}{x} = 0$ | $\lim\limits_{x\to 0^+} x\,ln\,x = 0$ |
| $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(1+x)}{x} = 1$ | $\lim\limits_{x\to 1} \frac{ln\,x}{x-1} = 1$ | $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln^n\,x}{x^m} = 0$ | $\lim\limits_{x\to 0^+} x^m\,ln^n\,x = 0$ |

***Tableau de variations et courbe de ln***

*la fonction ln réalise une bijection de* $R_+^*$ *vers R donc il existe un unique réel, noté e, vérifiant lne = 1.*

| $x$ | $0$ $\quad\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $\frac{1}{x}$ | $+$ |
| $ln(x)$ | $-\infty \nearrow +\infty$ |




***Dérivées et primitives***

***1°) Dérivée de ln u***

*Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I.*

*La fonction* $x \mapsto ln\,(u(x))$ *, notée ln u, est dérivable sur I et on a* $(ln\,u)' = \frac{u'}{u}$

***2°) Primitive de ln u***

*Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I qui ne s'annule pas sur I*

*La primitive sur l'intervalle I de la fonction* $\frac{u'}{u}$ *est la fonction* $ln\,|u| + c$

***3°)Primitive de x→lnx***

*La fonction* $x \mapsto xlnx - x$ *est une primitive de la fonction* $x \mapsto ln\,x$ *sur* $R_+^*$

***Fonction logarithme décimale :***

*C'est la fonction log, définie* $]0,+\infty[$ *par* $\log x = \frac{ln\,x}{ln\,10}$ , $(\log 10 = 1, \log 10^x = x)$