

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I

Opération sur les fonctions dérivées

Soit f et g deux fonctions dérivable sur un intervalle I , a et β deux réels.

*) Les fonction $f + g$, fg , $af + \beta g$ sont dérivables sur I et on a : $(f + g)' = f' + g'$, $(fg)' = f'g + g'f$ et $(af + \beta g)' = af' + \beta g'$.

*) Pour tout entier $n \geq 2$, la fonction f^n est dérivable sur I et on a : $(f^n)' = nf' f^{n-1}$

) Si g ne s'annule pas sur I , alors $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$ et $\frac{1}{g^n}$, $n \in \mathbb{N}^$ sont dérivables sur I et on

$$a \left(\frac{1}{g} \right)' = -\frac{g'}{g^2}, \left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2} \text{ et } \left(\frac{1}{g^n} \right)' = -\frac{ng'}{g^{n+1}}$$

*) Si f est strictement positive sur I , alors le fonction \sqrt{f} est dérivable sur I et on a $(\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$

*) Soit a et b deux réel. Si $ax + b \in I$ alors la fonction : $x \mapsto f(ax + b)$ est dérivable sur I et on a : $(f(ax + b))' = af'(ax + b)$

Sens de variation

*) La fonction f est croissante sur I , si et seulement si, pour tout $x \in I$, $f'(x) \geq 0$

*) La fonction f est décroissante sur I , si et seulement si, pour tout $x \in I$, $f'(x) \leq 0$

*) La fonction f est constante sur I , si et seulement si, pour tout $x \in I$, $f'(x) = 0$

Extremum local - Extremum absolu

Soit $x_0 \in I$

*) On dit que f admet maximum local en x_0 s'il existe un intervalle ouvert $J \subset I$ tel que pour tout $x \in J$; $f(x) \leq f(x_0)$.

*) On dit que f admet minimum local en x_0 s'il existe un intervalle ouvert $J \subset I$ tel que pour tout $x \in J$; $f(x) \geq f(x_0)$

*) On dit que f admet maximum absolu en x_0 si et seulement si pour tout $x \in I$; $f(x) \leq f(x_0)$

*) On dit que f admet minimum absolu en x_0 si et seulement si pour tout $x \in I$; $f(x) \geq f(x_0)$

*) Si f admet un extremum local en x_0 alors $f'(x_0) = 0$

*) Si f' s'annule en x_0 en changeant de signe alors f admet un extremum local en x_0 .

