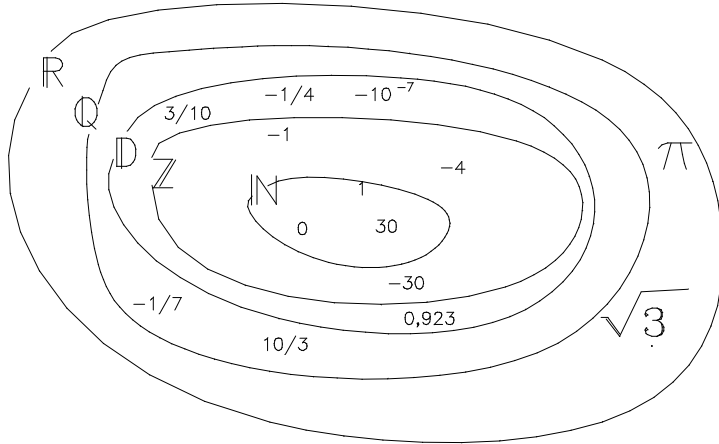


Les nombres



Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab^2 + 3a^2b$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$	$(a-b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b$	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		

Moyenne

On considère deux réels positifs a et b . On définit les moyennes arithmétique, géométrique, harmonique et quadratique de ces deux nombres (notées a , g , h et q) de la façon suivante :

Moyenne arithmétique : $a = \frac{x+y}{2}$	Moyenne géométrique : $g = \sqrt{xy}$
Moyenne harmonique : $\frac{2}{h} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ avec $x \neq 0$ et $y \neq 0$	Moyenne quadratique : $q = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$

Théorème (exercice)

Soit x et y deux réels strictement positifs .
 $\min(x, y) \leq h \leq g \leq a \leq q \leq \max(x, y)$, avec égalité si et seulement si $x = y$.

Comparaisons

Soit a un nombre réel strictement positif.

Si $0 < a < 1$ alors : $a^2 < a < \sqrt{a} < 1 < \frac{1}{a}$	Si $a > 1$ alors : $a^2 > a > \sqrt{a} > 1 > \frac{1}{a}$
---	---

Pourcentages

Exemple :

Dans la classe de 2^{ème} année, il y a 14 élèves externes. L'effectif total est de 35 élèves.
 Calculer le pourcentage d'externes.

$$\frac{14}{35} = 0,4 = 40\% = \frac{40}{100}$$

Définition :

Soit E , un ensemble de référence ayant un nombre fini N (non nul) d'éléments.

On considère une partie A de E ayant n éléments.

La part en pourcentages de A dans E est le nombre t tel que

$$\frac{t}{100} = \frac{n}{N} = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } E} \quad \text{ou} \quad t = \frac{n}{N} \times 100$$

Exprimer une part en pourcentage revient donc à considérer un ensemble de référence ayant un effectif de 100.
 Une part en pourcentage est donc toujours un nombre compris de 0 % à 100 %.



Il y a trois façons possibles de décrire une part :

- en fraction : $\frac{2}{5}$

- en pourcentage : 40 %

- mais pour faire des calculs, on utilise l'écriture décimale : 0,4

Augmentation ou diminution

Théorème :

Augmenter une grandeur de t % équivaut à multiplier sa valeur initiale par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.

Diminuer une grandeur de t % équivaut à multiplier sa valeur initiale par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$

(Ce sont les coefficients multiplicateurs.)

Exemples :

Augmenter de 5 %, c'est multiplier par $1 + \frac{5}{100}$, c'est à dire par 1,05.

Diminuer de 30 %, c'est multiplier par $1 - \frac{30}{100}$, c'est à dire par 0,7.

Augmentations et diminutions successives

Théorème :

Soient t et t' deux nombres positifs ou négatifs.

Faire évoluer une grandeur de t % puis de t' % équivaut à multiplier sa valeur initiale par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)\left(1 + \frac{t'}{100}\right)$

Lors d'évolutions successives, on multiplie les coefficients multiplicateurs.

Exemple :

1) Dans une grande surface, le prix du café augmente de 20 %, puis diminue de 15 %.

Calculer le pourcentage global d'évolution. (augmentation de 2 %)

2) Manuel a agrandi un document en appuyant sur la touche 125% de la photocopieuse. Ayant perdu l'original, sur quelle touche doit-il appuyer pour passer du document agrandi au document original ?

(80 %)

Variation d'un pourcentage

Pourcentage d'évolution

Si une grandeur initiale x_0 passe à la grandeur x_1 en variant de t %, on a $x_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right)x_0$

Alors $t = 100 \times \frac{x_1 - x_0}{x_0}$

Définition :

Soit une grandeur positive prenant la valeur x_0 non nulle, à une date initiale et la valeur x_1 à une date finale.

Le pourcentage d'évolution de la grandeur, de la date initiale à la date finale est t %, avec : $t = 100 \times \frac{x_1 - x_0}{x_0}$

Exemples :

Le prix du super sans plomb durant l'été est passé de 0,94 dt à 1,53 dt . $\frac{1,53 - 0,94}{0,94} \times 100 \approx 62,7$

Donc le prix du super a augmenté de 62,7%.

(Le coefficient multiplicateur associé à l'augmentation du prix du super est 1,627.)

Pendant le même temps, le kilogramme de sucre de est passé de 0,78 dt à 0,6 dt. ????

$\frac{0,6 - 0,78}{0,6} \times 100 \approx -30$

Donc le prix du kilogramme de sucre a diminué de 30 %.

(Le coefficient multiplicateur associé à la diminution du prix des sucres est 0,7.)

