

Ensemble fini : Définitions et vocabulaires

On appelle ensemble une collection d'objets, ces objets sont appelées éléments de l'ensemble.
 Un ensemble E est dite fini s'il contient un nombre fini d'éléments.
 Le nombre d'élément de E est appelé cardinal de E et noté card E .

Exemples :

$A = \{1, a, b, 5\}$, card A = 4

Propriétés des ensembles finis

Soient A et E deux ensembles finis.

*) On dit que A est inclus dans E, ce que l'on note $A \subset E$, lorsque tout élément de A est élément de E.
 On dit aussi que A est un sous-ensemble, ou une partie, de E.

Notons que \emptyset et E sont des parties de E et on convient que card $\emptyset = 0$

On note $\wp(E)$ l'ensemble de toutes les parties de E.

Exemple: $E = \{a, b, c\}$

$\wp(E) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

Soient $A, B \in \wp(E)$

*) On appelle réunion de deux ensembles A et B l'ensemble, noté $A \cup B$, l'ensemble :

$A \cup B = \{x \in E / x \in A \text{ ou } x \in B\}$

*) On appelle intersection de deux ensembles A et B l'ensemble, noté $A \cap B$, l'ensemble :

$A \cap B = \{x \in E / x \in A \text{ et } x \in B\}$

Lorsque $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont **disjoints**.

*) On appelle différence A moins B, et on note $A \setminus B$, l'ensemble: $A \setminus B = \{x \in E / x \in A \text{ et } x \notin B\}$

*) On appelle différence symétrique de A et B, et on note $A \Delta B$, l'ensemble formé des éléments qui appartiennent à un, et à un seul, des deux ensembles A et B.

*) On appelle complémentaire de A dans E l'ensemble, noté $C_E A$ ou \bar{A} défini par: $\bar{A} = \{x \in E / x \notin A\}$

*) On note par $\bigcup_{i=1}^n A_i$ l'ensemble $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$: $\bigcup_{i=1}^n A_i = \{x \in E / x \in A_1 \text{ ou } x \in A_2 \text{ ou } \dots \text{ ou } x \in A_n\}$

*) On note par $\bigcap_{i=1}^n A_i$ l'ensemble $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$: $\bigcap_{i=1}^n A_i = \{x \in E / x \in A_1 \text{ et } x \in A_2 \text{ et } \dots \text{ et } x \in A_n\}$

Type de tirage (Récapitulation) :

Type de tirage	Successif avec remise	Successif sans remise	simultané
Ordre	L'ordre intervient	L'ordre intervient	L'ordre n'intervient pas
Un cas possible	un p-uplet avec possibilité de répétition	un p-uplet d'élément distinct	une partie de p éléments
card Ω	n^p	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Théorèmes

Pour tout (p,n) de N^2 avec $0 < p \leq n$, on a :

Par convention $0! = 1$

$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)! p!}$	$C_n^0 = C_n^n = 1$	$C_n^1 = C_n^{n-1} = n$	$C_n^p = C_n^{n-p}$
-----------------------------	--------------------------------	---------------------	-------------------------	---------------------

Formule de Pascal : Pour tout $n \in N^*$, et pour tout $k \in [1, n]$: $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$

Formule du binôme de Newton : Soient $n \in N^*$ et $x, y \in R$: $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k y^{n-k}$

Nombre de parties

Le nombre de parties d'un ensemble E à n éléments avec $n \in N^*$ est 2^n

