

### Définition

Soit  $I$  un point du plan et  $k$  un réel non nul.

On appelle homothétie de centre  $I$  et de rapport  $k$ , noté  $h_{(I,k)}$ , l'application du plan dans lui-même qui à tout point  $M$  fait correspondre le point  $M'$  tel que  $\overrightarrow{IM'} = k\overrightarrow{IM}$

\*) Pour  $k \neq 1$ , le seul point invariant par  $h_{(I,k)}$  est le point  $I$ .

\*) Si  $k = 1$  alors  $h_{(I,k)} = id_{\mathcal{P}}$

\*) Si  $k = -1$  alors  $h_{(I,k)} = S_I$

### Propriétés

\*) Si  $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \end{cases}$  alors  $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$

\*) Si  $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \end{cases}$  alors  $[A'B'] = h_{(I,k)}([AB])$

\*) Si  $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \end{cases}$  alors  $(A'B') = h_{(I,k)}((AB))$

\*) Si  $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \\ I \in (AB) \end{cases}$  alors  $(AB) = h_{(I,k)}((A'B'))$

\*) L'image d'un cercle de centre  $E$  et de rayon  $r$  par  $h_{(I,k)}$  est le cercle de centre  $h_{(I,k)}(E)$  et de rayon  $|k|r$ .

\*) L'image d'un polygone de périmètre  $p$  et d'aire  $a$  par  $h_{(I,k)}$  est un polygone de périmètre  $|k|p$  et d'aire  $k^2a$ .

\*) Toute homothétie de centre  $I$  et de rapport  $k$  est une bijection et sa réciproque  $h_{(I,k)}^{-1} = h_{(I, \frac{1}{k})}$

\*) L'homothétie conserve :

L'alignement, la parallélisme, l'orthogonalité, le milieu d'un segment, mesure des angles, le contact et le barycentre.

