

Soit  $A$  un point de l'espace et  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  trois vecteurs.

• **Droite:** L'ensemble des points  $M$  tels que  $\overrightarrow{AM}$  et  $\vec{u}$  soient colinéaires est une droite, appelé droite passant par  $A$  et de vecteur directeur  $\vec{u}$ .

$$D(A, \vec{u}) = \{M \in \mathcal{E} / \exists a \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = a\vec{u}\}$$

•  $D(A, \vec{u}) // D(B, \vec{v})$  si et seulement si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

**Combinaison linéaire**

• On dit que  $\vec{w}$  est une combinaison linéaire de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , s'il existe deux réels  $a$  et  $\beta$  tels que  $\vec{w} = a\vec{u} + \beta\vec{v}$  (on dit encore sont linéairement dépendants ou encore que la famille  $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$  est liée.)

• **Plan:** Dans le cas où  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  non colinéaires:

L'ensemble des points  $M$  tels que  $\overrightarrow{AM}$  soit combinaison linéaire de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , est un plan, appelé plan passant par  $A$  et de vecteurs directeurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

$$P(A, \vec{u}, \vec{v}) = \{M \in \mathcal{E} / \exists a, \beta \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = a\vec{u} + \beta\vec{v}\}$$

•  $O, A, B$  et  $C$  sont coplanaires, si et seulement si,  $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$  est liée.

•  $D(A, \vec{u}) // P(B, \vec{v}, \vec{w})$  si et seulement si la famille  $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$  est liée.

•  $P(A, \vec{u}, \vec{v}) // Q(B, \vec{u}', \vec{v}')$  si et seulement si les familles  $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u}'\}$  et  $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{v}'\}$  sont liées.

**Bases**

Soient  $\vec{i}, \vec{j}$  et  $\vec{k}$  trois vecteurs.

• Le triplet  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est une base, si la famille  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$  n'est pas liée.

• On dit que  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est un repère cartésien si  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$  est une base.

• Le triplet  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$  est une base, si et seulement si, les points  $A, B, C$  et  $D$  ne sont pas coplanaires.

**Dans la suite on prend:  $\mathbf{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est une base**

Pour tout vecteur  $\vec{u}$ , il existe un unique triplet  $(x, y, z)$  de réels tel que  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$M(x, y, z)_{\mathbf{B}} \rightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

$$\text{Soit } \vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} \begin{pmatrix} a'' \\ b'' \\ c'' \end{pmatrix}$$

On appelle déterminant de  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  dans la base  $\mathbf{B}$ , et on note  $\det_{\mathbf{B}}(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} a & a' & a'' \\ b & b' & b'' \\ c & c' & c'' \end{vmatrix}$  le réel :

$$a \begin{vmatrix} b' & b'' \\ c' & c'' \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} a' & a'' \\ c' & c'' \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} a' & a'' \\ b' & b'' \end{vmatrix}$$

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  est une base si et seulement si  $\det_{\mathbf{B}}(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) \neq 0$

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  est une famille lié si et seulement si  $\det_{\mathbf{B}}(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 0$

