

Soit $A(x_0, y_0, z_0)$, $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

Droite:

L'ensemble des points M tels que \overrightarrow{AM} et \vec{u} soient colinéaires est une droite, appelé droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .

$$D(A, \vec{u}) = \{M \in \mathcal{E} / \exists \alpha \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = \alpha \vec{u}\}$$

Représentation paramétrique : $D(A, \vec{u}) : \begin{cases} x = x_0 + \lambda a \\ y = y_0 + \lambda b \\ z = z_0 + \lambda c \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$

Plan:

Dans le cas où \vec{u} et \vec{v} non colinéaires:

L'ensemble des points M tels que \overrightarrow{AM} soit combinaison linéaire de \vec{u} et \vec{v} , est un plan, appelé plan passant par A et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} .

$$P(A, \vec{u}, \vec{v}) = \{M \in \mathcal{E} / \exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}\}$$

Représentation paramétrique : $P(A, \vec{u}, \vec{v}) : \begin{cases} x = x_0 + \lambda a + \beta a' \\ y = y_0 + \lambda b + \beta b' \\ z = z_0 + \lambda c + \beta c' \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$

Equation cartésienne d'un plan et d'une droite

*) Plan : $P : ax + by + cz + d = 0$ avec $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$

*) Droite : l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$ est une droite, si et seulement si, les triplets (a, b, c) et (a', b', c') ne sont pas proportionnels.

*) Le vecteur $\vec{x} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est un vecteur de P si et seulement si $ax + by + cz = 0$

Position relatives

$P : ax + by + cz + d = 0$ et $Q : a'x + b'y + c'z + d' = 0$ et $D(A, \vec{u})$

*) $P // Q \Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

*) P et Q sont sécants si et seulement si il existe un vecteur de l'un qui n'est pas un vecteur de l'autre.

*) $D // P$ si et seulement si \vec{u} est un vecteur de P .

