N désigne L'ensemble des entiers naturels : $N = \{0,1,2,...,n.........\}$

***L'arithmétique** est l'étude des nombres entiers et des opérations sur ces nombres*

***Proposition :** Pour tout* $a \in N$ *et* $b \in N$

$(a+b=0) \Rightarrow (a=b=0)$	$(ab=0) \Rightarrow (a=0 \quad ou \quad b=0)$	$(ab=1) \Rightarrow (a=b=1)$

La divisibilité dans N :

Soient a et d deux entiers naturels , tels que $d \neq 0$

On dit que d divise a , s'il existe $k \in N$ *tel que a = kd. L'entier k est appelé le quotient de a par d.*

d est appelé un diviseur de a et a est dit un multiple de d.

Division euclidienne dans N

Soient a et b deux entiers naturels où b > 0.

Il existe un couple unique d'entiers naturels (q,r) tels que : $\begin{cases} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{cases}$ *, q est appelé le quotient , r le reste, a le dividende et b le diviseur de la division euclidienne de a par b .*

Le PGCD de deux entiers naturels

Soient a et b deux entiers naturels non nuls.

Le PGCD de a et b est le plus grand élément de l'ensemble des diviseurs communs aux deux entiers a et b . On note par PGCD(a , b) ou $a \wedge b$ *.*

***Exemple :** Calculer PGCD(a , b) avec a = 36 et b = 24*

$a = 2^2 \times 3^2$ *et* $b = 3 \times 2^3$

On a

×	1	2	4
1	1	2	4
3	3	6	12
9	9	18	36

Alors $D_{36} = \{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$ *et on a*

×	1	2	4	8
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

Alors $D_{24} = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$

Alors $D_{24} \cap D_{36} = \{1,2,3,4,6,12\}$ *alors* $PGCD(24,36) = 12$

Détermination du PGCD(a,b) en utilisant l'algorithme d'Euclide :

***Exemple :** Calculer* $PGCD(385,140)$

a	b	r_1	r_2	r_3
385	140	105	<u>35</u>	0
quotient →	2	1	3	

alors $PGCD(385,140) = 35$

Le PPCM de deux entiers naturels

Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Le PPCM de a et b est le plus petit commun multiple de a et b .
On note par : PPCM(a , b) ou $a \vee b$.

Critères de divisibilité

Convention d'écriture

Pour ne pas confondre un nombre avec son écriture dans sa décomposition en base 10, on notera $\overline{a_n a_{n-1}....a_1 a_0}$ *le nombre pour lequel* a_0 *est le chiffre des unités,* a_1 *celui des dizaines, etc.*

On a ainsi $x = \overline{a_n a_{n-1}....a_1 a_0} = a_0.1 + a_1.10 + ... + a_n.10^n$

(Exemple : $x = 10296 = 6 + 9 \times 10 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^{13} + 1 \times 10^4$ *)*

Divisibilité par 3 :

Un entier naturel est divisible par 3 si et seulement si la somme des ses chiffres est divisible par 3 .

Divisibilité par 4 ou 25

Un entier naturel est divisible par 4 (respectivement par 25) si et seulement si si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4 (respectivement par 25)

Divisibilité par 5 :

Un entier naturel est divisible par 5 si et seulement si son dernier chiffre est 0 ou 5 .

Divisibilité par 8 :

Un entier naturel ≥ 100 *est divisible par 8 si et seulement si nombre formé par ses trois derniers chiffres est divisible par 8.*

Divisibilité par 9 :
Un entier naturel est divisible par 9 si et seulement si la somme des ses chiffres est divisible par 9 .

Divisibilité par 11 :
Un entier naturel . On désigne par S_1 la somme des ses chiffres de rang impairs(de droite à gauche) et S_2 la somme des ses chiffres de rang pairs.
Soit $d = S_1 - S_2$.
Si $d \geq 0$ alors n est divisible par 11 si et seulement si d est divisible par 11
est divisible par 11 si et seulement si la somme des ses chiffres est divisible par 9 .
Si $d < 0$ alors n est divisible par 11 si et seulement si $d + 11p$ est divisible par 11
(p le plus petit entier naturel tel que $d + 11p \geq 0$)