EXERCICE N°1

Le plan est orienté dans le sens direct. Soit (C) le cercle trigonométrique. M et N deux points de (C) et α une mesure de l'arc orienté $\overset{\frown}{MN}$

Trouver, dans chacun des cas suivants, la mesure de l'arc orienté $\overset{\frown}{MN}$ qui appartient à $[0,2\pi[$.

1°) $\alpha = \frac{17\pi}{2}$ *2°)* $\alpha = -\frac{26\pi}{3}$ *3°)* $\alpha = \frac{509\pi}{15}$ *4°)* $\alpha = \frac{2009\pi}{4}$

EXERCICE N°2

Soit a et b deux réels tel que b non nul.

Soit $\left(\overrightarrow{ox},\overrightarrow{oy}\right)$ *un angle orienté de deux demi-droites dont une mesure, en radian, est* α.

Déterminer le t le mesure principale de $\left(\overrightarrow{ox},\overrightarrow{oy}\right)$ *dans chaque cas*

1°) $\alpha = \frac{7\pi}{2}$ *2°)* $\alpha = \frac{117\pi}{13}$ *2°)* $\alpha = -\frac{71\pi}{3}$

EXERCICE N°3

Soit a et b deux réels tel que b non nul.

Soit $\left(\overrightarrow{ox},\overrightarrow{oy}\right)$ *un angle orienté de deux demi-droites dont une mesure, en radian, est* $\alpha = \frac{a\pi}{b}$. *Montrer que*

$\beta = \frac{a\pi}{b} + 2\pi E\left(\frac{b-a}{2b}\right)$ *est le mesure principale de* $\left(\overrightarrow{ox},\overrightarrow{oy}\right)$

où E(x) : la partie entière du nombre réel x.

EXERCICE N°4

Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \frac{-\pi}{4}$, $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}) = \frac{7\pi}{12}$ *et* $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}) = \frac{-2\pi}{3}$

1°) Déterminer la mesure principale des angles $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{DC})$ *et* $(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AB})$.

2°) En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC})$.

Que peut-on en déduire pour le triangle BCD ?

EXERCICE N°5

Soit A , B , C et D quatre points distincts d'un cercle (C) de centre O tels que : $(AB)\perp(CD)$, *M est le milieu de [BC] et* $[AB]\cap[CD]=\{P\}$.

1°)Montrer que $\left(\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{CP},\overrightarrow{CM}\right)[2\pi]$.

2°)Montrer que les droite (MP) et (AD) sont perpendiculaires .

EXERCICE N°6

Soit, dans un plan orienté P, un triangle ABC rectangle en C tel que $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

D est le point tel que ACD est un triangle équilatéral direct.

E est le point tel que CBE est un triangle isocèle en B et $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BE}\right) \equiv -\frac{2\pi}{3}[2\pi]$.

Montrer que les points D , C et E sont alignés.

EXERCICE N°7

Dans un plan orienté P, on donne un triangle ABC rectangle en A tel que : $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Soit Δ *la médiatrice de [BC].*

On désigne par I le milieu de [BC] et par D la symétrique de A par rapport à Δ.

La droite Δ coupe le segment [AC] en un point O.

1°)Donner une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BO}\right)$

2°)Vérifier que le triangle ABI est équilatéral.

3°)Déterminer la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{IA}\right)$

4°)En déduire que le quadrilatère ABID est un losange .

EXERCICE N°8

Dans un plan orienté P, on considère un cercle (C) de centre O et deux points A et B de(C) tels que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$. *Soit M un point de (C) distinct de A et de B.*

1°)

- a- *Comparer* $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MO}\right)$ *et* $\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AM}\right)$ *puis* $\left(\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MB}\right)$ *et* $\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BO}\right)$
- b- *Montrer que* $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{MA}\right)+\left(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{OB}\right)[2\pi]$
- c- *En déduire que* $2\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)[2\pi]$

2°)Soit le point C du cercle (C) tel que le triangle ABC soit isocèle en C et direct.

- a- *Déterminer la mesure principale de l'angle orienté* $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$
- b- *Calculer alors* $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$ *et* $\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AC}\right)$

3°)Soit B' le point diamétralement opposé à B sur (C) et D le point de (C) tel que $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$

- a- *Prouver que les vecteurs* $\overrightarrow{OC}$ *et* $\overrightarrow{AB'}$ *sont colinéaires.*
- b- *En déduire que les droites (AB') et (BD) sont parallèles et la nature du quadrilatère ABDB'.*

EXERCICE N°9

Soit ABC un triangle équilatéral direct et (C) sont cercle circonscrit de centre O .

1°)

- a- *Calculer la mesure principale des angles orientés* $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AO}\right)$ *et* $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)$
- b- *Montrer que* $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

2°)Tracer les demi-droites [AE] et [BF] parallèles et de sens contraire telles que : $\begin{cases} AE=BF=AB \\ \left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)\equiv-\frac{2\pi}{3}[2\pi] \end{cases}$

- a- *Déterminer une mesure de* $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BF}\right)$
- b- *En déduire la nature du quadrilatère AECB.*

EXERCICE N°10

Déterminer l'ensemble du point M du plan tel que:

$\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv 0[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv \pi[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv 0[\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$,

$\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv -\frac{\pi}{6}[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv \frac{7\pi}{4}[2\pi]$

EXERCICE N°11

Deux cercles ζ et ζ' sont sécants en A et B. M un point de ζ, distinct de A et de B. Les droites (MA) et (MB) recoupe ζ' respectivement en M' et N'. Montrer que la droite (M'N') est parallèle à la tangente en M au cercle ζ.

EXERCICE N°12

Soit ζ et ζ' deux cercles sécantes en A et B, M et N deux points du cercles ζ. Les droites (AM) et (BN) coupent respectivement ζ' en M' et N'.

Montrer que les droites (MN) et (M'N') sont parallèles.

EXERCICE N°13

On considère un cercle ζ de centre O et une droite Δ fixes.

Soient A et B deux points fixes respectivement sur ζ et Δ. Un cercle variable passant par A et B recoupe ζ en C et la droite Δ en D.

1°)Comparez $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)$ et $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}\right)$.

2°)La droite variable (CD) recoupe ζ en M. Soit α une mesure en radians de l'angle $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}\right)$.

a) *Montrer que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OM}\right)\equiv 2\alpha[2\pi]$*
b) *Déduisez que M est un point fixe.*

3°)La droite (AB) recoupe ζ en N.

Montrer que les droites (MN) et Δ sont parallèles..

EXERCICE N°14

Dans le figure ci-dessous :

$R\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ est un repère orthonormé direct. $\zeta_{(O,1)}$ est le cercle trigonométrique.

$A(1,0)$, $B(0,1)$, $A'=S_O(A)$ et $B'=S_O(B)$

On pose $\Gamma=\left\{M\in\zeta \quad / \quad \left(\vec{i},\overrightarrow{OM}\right)\equiv\frac{\pi}{4}\left[\frac{\pi}{2}\right]\right\}$

1°)Vérifier que $B\notin\Gamma$

2°)Montrer que Γ contient quatre points exactement M_0, M_1, M_2 et M_3 tels que :

$\left(\vec{i},\overrightarrow{OM_0}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$, $M_1=S_{(BB')}(M_0)$, $M_2=S_O(M_0)$ et $M_3=S_{(AA')}(M_0)$.

3°)Montrer que $M_0M_1M_2M_3$ est un carré direct.