

**EXERCICE N°1**

Soit  $x \in [0, \pi]$ .

1°) On donne  $\tan x = \frac{3}{2}$ . Calculer  $\cos x$  et  $\sin x$

2°) On donne  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Calculer  $\cos x$  et  $\tan x$

3°) On donne  $\tan x = -\frac{3}{2}$ . Calculer  $\cos x$  et  $\sin x$

**EXERCICE N°2**

Soit  $x \in [0, \pi]$ . Démontrer que

1°)  $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

2°)  $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$

3°)  $\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{\cos^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{\sin^2 x}{1 + \cot^2 x}$

4°)  $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos x - \sin x + \cos^2 x \cdot \sin x - \sin^2 x \cdot \cos x$

**EXERCICE N°3**

On donne :  $\cos x + \sin x = \frac{6}{5}$ .

Calculer :  $A = \cos x \cdot \sin x$  ;  $B = \cos^3 x + \sin^3 x$  et  $C = \cos^4 x + \sin^4 x$

**EXERCICE N°4**

Calculer sans utiliser ni la table trigonométrique ni une calculatrice.

$A = \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{2\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{14} - \sin \frac{3\pi}{7}$

$B = \tan \frac{\pi}{9} + \tan \frac{2\pi}{9} + \tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{4\pi}{9} + \tan \frac{5\pi}{9} + \tan \frac{2\pi}{3} + \tan \frac{7\pi}{9} + \tan \frac{8\pi}{9}$

$C = \cos^2 \frac{\pi}{5} + \cos^2 \frac{2\pi}{5} + \sin^2 \frac{3\pi}{5} + \sin^2 \frac{4\pi}{5}$

$D = \tan \frac{\pi}{12} \cdot \tan \frac{5\pi}{12} + \cot \frac{\pi}{5} \cdot \tan \frac{4\pi}{5}$

**EXERCICE N°5**

ABC est un triangle avec  $AC=3$ ,  $AB=8$  et  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ . Calculer BC.

**EXERCICE N°6**

ABC est un triangle avec :  $BC=2$ ,  $AC=3$  et  $AB=4$ . Calculer la valeur exacte de l'aire S de ABC.

**EXERCICE N°7 : La formule de Héron**

Soit ABC un triangle de demi-périmètre p ( $2p = a + b + c$ )

Montrer que l'aire S de ABC est donnée par :  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

**EXERCICE N°8**

Soit ABC un triangle. On note  $a = BC$ ,  $b = AC$  et  $c = AB$ .

1°) Soit f la fonction définie sur  $R^+$  par  $f(x) = \sqrt{x}$ . Montrer que f est croissante sur  $R^+$ .

2°) Montrer que :  $-2bc \leq a^2 - b^2 - c^2 \leq 2bc$

3°) En déduire que :  $(b-c)^2 \leq a^2 \leq (b+c)^2$ .

4°) En déduire alors :  $|b-c| \leq a \leq b+c$ .

**EXERCICE N°9**

ABC est un triangle. On note  $a = BC$ ,  $b = AC$  et  $c = AB$ .

On note  $h_a$ ,  $h_b$  et  $h_c$  les hauteurs issues respectives de A, B et C.

On donne  $h_a = 3$ ,  $h_b = 4$  et  $h_c = 5$ . Calculer a, b et c.

**EXERCICE N°10**

ABCD est un rectangle tel que  $AB = 15$  cm et  $BC = 9$  cm. M est le point de [AD] tel que  $AM = 4$  cm.

La droite (DE) est perpendiculaire à (MC) et la coupe en H.

1. a. Montrer que  $\triangle ADE = \triangle DCH$ .



- b. En déduire que les triangles  $DMC$  et  $AED$  sont semblables.
- c. Montrer alors que  $AE = 3$  cm.
- 2. a. Calculer  $ME$ .
- b. Démontrer que la droite  $(MC)$  est la médiatrice du segment  $[DE]$ .

**EXERCICE N°11**

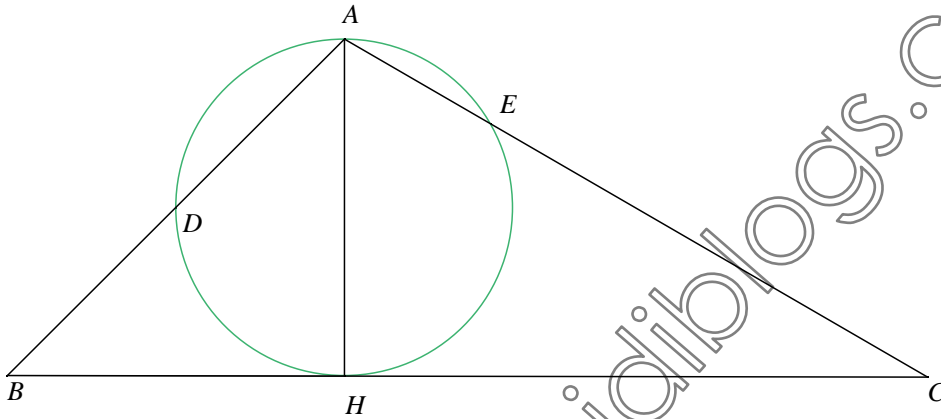
$(\gamma)$  est un cercle de centre  $O$  de rayon  $r$ ,  $ABC$  est un triangle inscrit dans  $(\gamma)$  tel que l'angle  $\widehat{BAC}$  est aigu.  $H$  est le projeté orthogonal de  $A$  sur  $[BC]$ . La droite  $(AO)$  recoupe  $C$  en  $D$  (inutile de refaire la figure).

- 1. Démontrer que les triangles  $ABD$  et  $AHC$  sont semblables.
- 2. On pose  $AB = c$ ,  $AC = b$  et  $AH = h$ . Déduire de la question précédente que  $bc = 2rh$

**EXERCICE N°12**

Sur la figure ci-dessous,  $ABC$  est un triangle,  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$ ,  $\widehat{BAH} = 45^\circ$ ,  $\widehat{HAC} = 30^\circ$  et  $AH = 6$  cm.

Le cercle  $(C)$  de diamètre  $[AH]$  et de centre  $O$  coupe  $(AB)$  en  $D$  et  $(AC)$  en  $E$ .



- 1. a. Calculer  $AB$  et  $AC$ .
- b. Montrer que  $AHE$  est un triangle rectangle.
- c. Montrer que  $AE = 3\sqrt{3}$  cm.
- 2. a. Démontrer que  $\widehat{AHE} = \widehat{ADE} = 60^\circ$  et  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ .
- b. En déduire que les triangles  $BAC$  et  $EAD$  sont semblables.
- c. Après avoir rempli le tableau de proportionnalité des longueurs, déduisez-en que le rapport de similitude qui fait passer du triangle  $BAC$  au triangle  $EAD$  est  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ . S'agit-il d'une réduction ou d'un agrandissement ?

Expliquer.

- 3. a. Calculer  $BC$  (on pourra couper par  $H$ ).
- b. Déduisez-en que  $DE = \frac{3}{2} \times (\sqrt{6} + \sqrt{2})$  cm.
- 4. On note  $F$  le point diamétralement opposé à  $D$  sur  $C$ .
- a. Démontrer que  $\widehat{DFE} = 75^\circ$
- b. Déduisez-en que  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} + 1)$

