

Définition

La fonction logarithme népérien, notée \ln , est définie sur $]0, +\infty[$, prend la valeur 0 en $x = 1$, est continue sur $]0, +\infty[$ et admet pour dérivée la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$. $\ln :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \int_1^x \frac{dt}{t}$

Soit a et b deux réels strictement positifs et $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$

$\ln(a.b) = \ln a + \ln b$	$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$	$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$
$\ln(a_1.a_2...a_n) = \ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_n$	$\ln(a^n) = n \ln a$	$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$

- $\ln x < 0$ si et seulement si $0 < x < 1$
- $\ln x = 0$ si et seulement si $x = 1$
- $\ln x > 0$ si et seulement si $x \in]1; +\infty[$
- La fonction $x \mapsto \ln x$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$

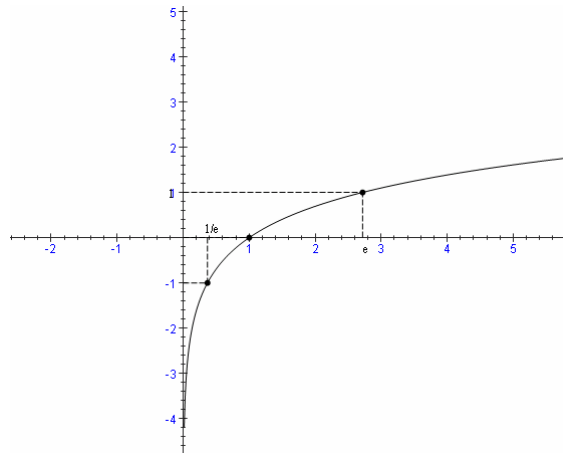
Soit n et m deux entiers naturels non nuls

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^n x}{x^m} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^m \ln^n x = 0$

Tableau de variations et courbe de \ln

la fonction \ln réalise une bijection de \mathbb{R}_+^* vers \mathbb{R} donc il existe un unique réel, noté e , vérifiant $\ln e = 1$.

x	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$		$+$
$\ln(x)$	$-\infty$	$+\infty$



Dérivées et primitives

1°) Dérivée de $\ln u$

Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I .

La fonction $x \mapsto \ln(u(x))$, notée $\ln u$, est dérivable sur I et on a $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

2°) Primitive de $\ln u$

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I qui ne s'annule pas sur I

La primitive sur l'intervalle I de la fonction $\frac{u'}{u}$ est la fonction $\ln |u| + c$

3°) Primitive de $x \rightarrow \ln x$

La fonction $x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur \mathbb{R}_+^*

Fonction logarithme décimale :

C'est la fonction \log , définie $]0, +\infty[$ par $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$, ($\log 10 = 1, \log 10^x = x$)



<http://maths-akir.nidiblogs.com/>