

Définition

Soient a_0, a_1, \dots, a_n des réels

La fonction f définie sur R par $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ est appelée fonction polynôme.

Les réels a_0, a_1, \dots, a_n sont appelés les coefficients de la fonction polynôme.

Degré d'un polynôme

*) On admet que tout polynôme P a une écriture unique de la forme $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ avec $a_n \neq 0$.

L'entier n est appelé le degré du polynôme P , on écrit $d^\circ(P) = n$

On convient que le polynôme nul n'a pas de degré.

*) On dit que le polynôme P est factorisable par le polynôme Q s'il existe un polynôme R tel que pour tout réel x , $P(x) = Q(x) \times R(x)$

*) **Racine d'un polynôme:** On dit qu'un réel a est une racine ou un zéro d'un polynôme f si $f(a) = 0$

*** Soit f un polynôme de degré n .

Pour tout $n \geq 1$, si a est une racine de f alors :

*) f est factorisable par $x - a$

*) Il existe un polynôme g de degré $(n - 1)$ tel que $f(x) = (x - a)Q(x)$

*** Soit f un polynôme de degré n .

Pour tout $n \geq 2$, si a et β sont deux racines de f alors :

*) f est factorisable par $(x - a)(x - \beta)$

*) Il existe un polynôme g de degré $(n - 2)$ tel que $f(x) = (x - a)(x - \beta)Q(x)$

*** Soit f un polynôme de degré n .

Pour tout $n \geq k$, si a_1, a_2, \dots, a_k sont des racines de f alors :

*) f est factorisable par $(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_k)$

*) Il existe un polynôme g de degré $(n - k)$ tel que $f(x) = (x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_k)Q(x)$

