

Soit A un point de l'espace et \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs.

• **Droite:**

L'ensemble des points M tels que \overrightarrow{AM} et \vec{u} soient colinéaires est une droite, appelé droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .

$$D(A, \vec{u}) = \{M \in \mathcal{E} / \exists a \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = a\vec{u}\}$$

• $D(A, \vec{u}) // D(B, \vec{v})$ si et seulement si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

Combinaison linéaire

• On dit que \vec{w} est une combinaison linéaire de \vec{u} et \vec{v} , s'il existe deux réels a et β tels que $\vec{w} = a\vec{u} + \beta\vec{v}$ (on dit encore sont linéairement dépendants ou encore que la famille $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ est liée.)

• **Plan:**

Dans le cas où \vec{u} et \vec{v} non colinéaires:

L'ensemble des points M tels que \overrightarrow{AM} soit combinaison linéaire de \vec{u} et \vec{v} , est un plan, appelé plan passant par A et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} .

$$P(A, \vec{u}, \vec{v}) = \{M \in \mathcal{E} / \exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}\}$$

• O, A, B et C sont coplanaires, si et seulement si, $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ est liée.

• $D(A, \vec{u}) // P(B, \vec{v}, \vec{w})$ si et seulement si la famille $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ est liée.

• $P(A, \vec{u}, \vec{v}) // Q(B, \vec{u}', \vec{v}')$ si et seulement si les familles $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u}'\}$ et $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{v}'\}$ sont liées.

Bases

Soient \vec{i}, \vec{j} et \vec{k} trois vecteurs.

• Le triplet $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est une base, si la famille $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ n'est pas liée.

• On dit que $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère cartésien si $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ est une base.

• Le triplet $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ est une base, si et seulement si, les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

Dans la suite on prend: $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est une base

Pour tout vecteur \vec{u} , il existe un unique triplet (x, y, z) de réels tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$M(x, y, z)_B \rightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

$$\text{Soit } \vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} \begin{pmatrix} a'' \\ b'' \\ c'' \end{pmatrix}$$

On appelle déterminant de $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ dans la base B , et on note $\det_B(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} a & a' & a'' \\ b & b' & b'' \\ c & c' & c'' \end{vmatrix}$ le réel :

$$a \begin{vmatrix} b' & b'' \\ c' & c'' \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} a' & a'' \\ c' & c'' \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} a' & a'' \\ b' & b'' \end{vmatrix}$$

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base si et seulement si $\det_B(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) \neq 0$

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une famille lié si et seulement si $\det_B(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 0$

