EXERCICE N°1
Déterminer les valeurs du nombre réel m pour lesquelles le barycentre des points A et B affectés respectivement des coefficients m et $m^2 + m + 1$ est le symétrique de A par rapport à B.

EXERCICE N°2
B est le milieu de [AC] . Démontrer que le barycentre de (A ,1) et (C ,3)est confondu avec celui de (B,2) et (C,2).

EXERCICE N°3
Soit trois points A , B , C alignés dans cet ordre et tels que AB = 3 et BC = 5.
Trouves des réels a et b tels que B soit le barycentre du système (A, a) et (C , b)

EXERCICE N°4
Soit C le barycentre de (A , a) et (B , b) ($a + b \neq 0$).
Démontrer que B est le barycentre des points (A,a) et (B, -a-b) et Aest le barycentre des points (B,b) et (C, -a-b)

EXERCICE N°5
*Soit ABC un triangle rectangle en A, on pose I = B*C et J = B*I .*
1°)Montrer que J est le barycentre de (B,3) et (C ,1).
2°)Déterminer et construire l'ensemble $E = \{ M \in P ,\ \left\| \vec{MB} + \vec{MC} \right\| = \left\| \vec{MB} - \vec{MC} \right\| \}$

3°)Soit G le point défini par : $2\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ *. Montrer que G = A*I.*

EXERCICE N°6
On considère :

$$f : P \to V \ , \ M \mapsto f(M) = -2.\ \vec{MB} + 2\vec{MJ}$$

et $h : P \to V \ , \ M \mapsto h(M) = -3\vec{MB} + 2\vec{MJ}$

1°)Calculer f(B) , f(J) , h(B) et h(J) .

2°)Montrer qu'il existe un point et un seul G tel que $h(G) = \vec{0}$ *. Construire G .*

3°)Exprimer h(M) à l'aide de $\vec{GM}$.
4°)Montrer que le vecteur f(M) ne dépend pas de M .
5°)Déterminer est construire l'ensemble $\xi = \{ M \in P ,\ \| f(M) \| = \| h(M) \| \}$.

EXERCICE N°7
Soit ABC un triangle.
1°)Placer : --Le milieu M de [AB]

--Le point N tel que : $\vec{AN} = \dfrac{1}{4}\vec{AC}$

--Le point P tel que P est le barycentre de (B,-3) et (C ,1).
2°)Exprimer C comme barycentre des points N et A .

3°)Montrer que : $3\vec{PB} - 4\vec{PN} + 3\vec{PA} = \vec{0}$.
4°)Montrer que les points P , M et N sont alignés .

EXERCICE N°8
[AB] est un segment de longueur 9 cm .
Soit G1 est le barycentre des points (A,2) et (B,1) et G2 est le barycentre des points (A,-2) et (B,1)
1°)Construire G1 et G2 .
2°)Déterminer et construire l 'ensembles suivantes :

(a) $\xi = \{ M \in P \text{ tel que } \left\| \vec{MB} + 2\vec{MA} \right\| = 0 \}$

(b) $\zeta = \{ M \in P \text{ tel que } \left\| \vec{MB} + 2\vec{MA} \right\| = 3.\left\| \vec{MB} - 2\vec{MA} \right\| \}$

(c) $\Gamma = \{ M \in P \text{ tel que } AB \leq \left\| \vec{MB} + 2\vec{MA} \right\| \leq 2.AB \}$

EXERCICE N°9

Soient A et B deux points distincts et $G = bar(A,a)$, (B,b) avec $a + b \neq 0$.
Démontrer que :
(*)Si $G \in [AB]$ alors a et b sont de mêmes signes .
(*)Si $G \notin [AB]$ alors a et b sont de signes opposés.

EXERCICE N°10

On donne un parallélogramme ABCD et les points P et Q définis par :

$\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ *et* $Q = S_A(I)$ *, où I est le milieu de [AD].*

Montrer que P , Q et C sont alignés .

EXERCICE N°11

Etant donné un triangle ABC et k un réel non nul, on définit les points D et E par les relations : $\vec{AD} = k.\vec{AB}$ *et* $\vec{CE} = k.\vec{CA}$.

1°)Faire une figure illustrant ces données lorsque $k = \frac{1}{3}$ *, puis lorsque* $k = -1$.
2°)Démontrer que D est le barycentre de (A,1-k) et (B,k) .
3°) Démontrer que E est le barycentre de (C,1-k) et (A,k) .
4°)En déduire que pour tout point M du plan , on a :

$\vec{MD} + \vec{ME} = \vec{MA} + \vec{MC} + k.\vec{CB} = 2.(\vec{MB'} + k.\vec{B'C'})$ *où B' et C' sont les milieux respectifs de [AC] et [AB] .*
5°)Soit I le milieu de [DE], déduire de la question précédente que I , B' et C' sont alignés .

EXERCICE N°12

Dans le triangle ABC , E est le milieu de [AB] et G est le barycentre de (A,-2) , (B,-2) et (C,15). Démontrer que G , C et E sont alignés .

EXERCICE N°13 : *Dans un repère* $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1°)Placer les points A(2,1) , B(-1,5) , C(5,7) et $G(1, \frac{5}{2})$.
2°)Déterminer les cordonnées de l'iso barycentre I des point B et C .
3°) Déterminer les cordonnées de l'iso barycentre H des point A , B et C .
4°)Existe-il un réel k tel que G soit barycentre de (A,1) et (B,k) ? Justifier .

EXERCICE N°14

Soient deux points distincts A et B . Soit l'application suivante

$f : P \to P$, $M \mapsto M'$ *tel que* $\vec{MM'} = 3.\vec{MA} - \vec{MB}$.
1°)Construire A' et B' image de A et B par f .
2°)Déterminer l'ensemble des points M du plan invariants par f .
3°) Déterminer l'ensemble des points N du plan tel que $\left\|\vec{Nf(N)}\right\| = 4$

4°)Soient M' et N' les images respectives de M et N par f .

Démontrer que $\vec{M'N'} = -\vec{MN}$.

EXERCICE N°15

ABC est un triangle équilatéral de coté 4 cm .

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|\vec{MB} + \vec{MA} + 2.\vec{MC}\right\| = \left\|\vec{MB} + 3\vec{MC}\right\|$.

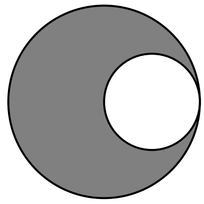
EXERCICE N°16

ABCD est un quadrilatère et G le point définit par :

$\vec{GA} + \vec{GB} + 3.\vec{GC} + 3.\vec{GD} = \vec{0}$ *. Construire le point G .*

EXERCICE N°17

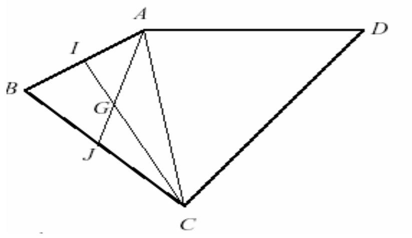
Construire le centre de gravité de la plaque métallique et homogène qui est représentée hachuré sur le dessin suivant. (sous la forme de deux cercles tangente intérieurement)



EXERCICE N°18

ABCD est quadrilatère. G est le centre de gravité du triangle ABC.

I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [BC].



L est le barycentre de (A,1) et (D,3) et k le barycentre de (C,1) et (D,3).

Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK) , (JL) et (DG) sont concourantes.

Pour cela, On utilisera le point H définie par : $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} + 3\,\vec{HD} = \vec{0}$.

1°)Placer, en justifiant, les points L et K .

2°)Démontrer que H est le barycentre de G et D munis de coefficients que l'on précisera

3°) Démontrer que H est le barycentre de J et L munis de coefficients que l'on précisera

4°) Démontrer que H est le barycentre de I et K munis de coefficients que l'on précisera.

5°)Conclure.