EXERCICE N°1

Résoudre dans R

(1) $x^2 - 5.x + 3 = 0$; (2) $2.x^2 - 4x - 1 = 0$; (3) $x^2 - x - 1 = 0$

EXERCICE N°2

Résoudre dans R

(1) $\sqrt{x+1} - x + 5 = 0$; (2) $\sqrt{1+x^2} = \sqrt{3x-1}$; (3) $\dfrac{x+2}{2x-1} = \dfrac{-3x+4}{x-3}$

EXERCICE N°3

Résoudre les systèmes proposes

$S_1 : \begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases}$ $S_2 : \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ xy = 6 \end{cases}$; $S_3 : \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$; $S_4 : \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 6 \\ xy = 2 \end{cases}$

EXERCICE N°4

Résoudre dans R , les inéquations suivantes .

(1) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$; (2) $-x^2 + 2x - 3 \leq 0$; (3) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$; (4) $\dfrac{x}{x-4} \geq \dfrac{1}{x+5}$

EXERCICE N°5

Soit l'équation $E_m : 3.x^2 + (3m+2).x - 5 = 0$. *où m est un paramètre réel .*

1°)*Justifier que pour tout m de R l'équation E_m admet deux racines distincts .*

2°)*Déterminer m pour que (-1) soit une solution de E_m .*

3°)*Existe-t-il m dans R tel que 0 soit une solution de E_m ?*

4°) *Existe-t-il m dans R tel que E_m admet deux racines de somme (-2) ?*

5°) *Existe-t-il m dans R tel que E_m admet deux racines opposés ,*

6°)*On note par x_1 et x_2 les racines de E_m . Sans calculer x_1 et x_2 , exprimer en fonction de m :*

$s = x_1^2 + x_2^2$ et $t = x_1^3 + x_2^3$.

EXERCICE N°6

On considère $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 4x - 1$

1°)*Vérifier que 1 est une solution de l'équation $f(x) = 0$.*

2°)*Ecrire f(x) sous forme $(x-1)(ax^2 + bx + c)$ où a , b et c sont trois réels à déterminer.*

3°)*Résoudre dans IR l'équation $f(x) = 0$.*

EXERCICE N°7

On considère la fonction définie par : $f(x) = \left|x^2 - |2x-1|\right|$.

1°)*Résoudre dans R l'équation : $f(x) = 0$*

2°)*Ecrire f(x) sans valeurs absolue .*

3°)*Résoudre dans R l'inéquation : $f(x) = 1$.*

4°)*Résoudre dans R l'inéquation : $f(x) \leq 1$.*

EXERCICE N°8

1°)*Montrer que :* $\forall x \in R_+^* : x(1-x) \leq \dfrac{1}{4}$

2°)*En déduire que :* $\forall x \in R$ *tel que* $x + y = 1$ *on a :* $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\left(1+\dfrac{1}{y}\right) \geq 9$.

3°)*Soit* $f(x) = x^6 - x^5 + x^4 + x^2 - x + \dfrac{3}{4}$ *où* $x \in R$.

(a) *Montrer que :* $f(x) = (x^5 + x^3 + x)(x-1) + \dfrac{3}{4}$

(b) *Montrer que :* $f(x) = -x(1-x)(x^4 + x^2 + 1) + \dfrac{3}{4}$

(c) *En déduire que pour tout x de R :* $x^6 - x^5 + x^4 + x^2 - x + \dfrac{3}{4} \succ 0$.

EXERCICE N°9

On considère $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ *où* $x \in R_+^*$

1°) Résoudre dans R : $f(x) = 2$ *.*

2°)Montrer que , pour tout x de R_+^* *:* $f(x) \geq 2$ *.*

3°)En déduire que : $\forall(a,b,c,d,e,f,g,h) \in R_+^*$ *:* $\dfrac{a}{h}+\dfrac{b}{g}+\dfrac{c}{f}+\dfrac{d}{e}+\dfrac{e}{d}+\dfrac{f}{c}+\dfrac{g}{b}+\dfrac{h}{a} \geq 8$

EXERCICE N°10

Soient a et b deux réels non nul, on pose : $x = \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}$ *.*

Calculer x^2 *et en déduire que :* $\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2} + 3 \geq 2(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a})$*.*

EXERCICE N°11

L'aire d'un triangle rectangle est s = 429 m² et l'hypoténuse a pour longueur h = 72,5 m. Trouver le périmètre .

EXERCICE N°12

Résoudre et discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'équation suivante :
$(E_m) : (m-1)x^2 - 2(m-2)x + m + 1 = 0$

EXERCICE N°13

Résoudre et discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'inéquation suivante : $(I_m) : (m-2)x^2 - 2.(m+1)x + 2.m - 4 > 0$ *.*

EXERCICE N°14

Résoudre et discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'inéquation suivante : $(U_m) : \sqrt{1+x} \leq 1 + m.x$

EXERCICE N°15

On considère un demi-cercle de diamètre [AB]. On pose AB =2.r
ou r est un réel non nul. Soit [OC] le rayon de ce demi-cercle perpendiculaire à [AB]. Soient m un réel positif donné, M un point du demi-cercle et K le projeté orthogonale de M sur (OC).
Déterminer selon les valeurs de m , le nombre d points M vérifiant : $MA^2 = m.MK^2$

EXERCICE N°16

Peut-on trouver trois carrés ayant pour cotes des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15125 ? Si oui, préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les cotés. Même question avec 15127.

EXERCICE N°17

1°)Montrer que , pour tout réel x de R on a : $x^2 - x + 1 > 0$

2°)En déduire que , pour tout réels a et b on a : $a^2 + b^2 > 2 + a + b$

3°)Montrer que , pour tout réel x de R on a : $x^2 - x + \dfrac{1}{2} > 0$

4°)Montrer que , pour tout réels a et b on a : $(1 + a^2)(1 + b^2) > 1 + a^2 + b^2$

5°)En déduire que , pour tout réels a et b on a ; $(1 + a^2)(1 + b^2) > a + b$ *.*

EXERCICE N°18

Soient a , b et c trois réels vérifiant : $0 \leq a \leq b$ *et* $c > 0$ *. Montrer que :* $\sqrt{b} - \sqrt{a} \leq \dfrac{b-a}{c} + c$ *.*

EXERCICE N°19

1°) On recherche dans cette question tous les triples (a,b,c) de réels strictement positifs tels que a+b = c et que b soit la moyenne géométrique de a et de c .

(a,b,c) étant un tel triplet , on pose : $\varphi = \dfrac{b}{a}$ *.*

(a) *Montrer que* φ *vérifie :* $\varphi = 1 + \dfrac{1}{\varphi}$*.*

(b) *En déduire que :* $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$*.*

(c) *Montrer que :* $\varphi^2 = \varphi + 1$ *et* $\dfrac{1}{\varphi} = \varphi - 1$ *.* φ *est appelé « le nombre d'or ».*

(d) *Déterminer alors tous les triples recherchés.*

2°) On considère deux point A et B sur une droite . On recherche un point C du segment [AB] tel que :
$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{BC}$ *.*

(a) *Montrer que si C existe , on a nécessairement :* $\dfrac{AB}{AC} = \varphi$

(b) *En déduire l'existence et l'unicité de C.*

EXERCICE N°20 : Les pierres « oka ré »

Les pierres « oka ré » sont des pierres précieuses dont la valeur (en dinars) est proportionnelle au carré de leur masse (en grammes) . On a malencontreusement laissé choir une pierre « oka ré » :elle s'est alors brisée en deux morceaux .
La pierre a-t-il-elle perdu de sa valeur ? Si oui, exprimer en pourcentage la perte de valeur maximale .