

# MATH AKIR

## SEMAINE DES SUITES REELLES ORIGINAL (AKIR ALI)

### 7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

---

#### ♣ Exercice n°06

I. Soit la suite  $(U_n)$  définie sur  $N^*$  par :  $U_n = \frac{n}{a^n}$  où  $a$  est un réel strictement supérieur 2

1. Vérifier que pour tout  $n$  de  $N$  :  $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{2}{a}$ . En déduire que la suite  $(U_n)$  est décroissante.

2. Montrer que la suite  $(U_n)$  est convergente vers 0

3. Soit pour tout  $n$  de  $N^*$  :  $S_n = \sum_{k=1}^n U_k$ . Montrer que pour tout  $n$  de  $N^*$  :  $S_n \leq \frac{1}{a-2}$

4. Montrer que pour tout  $n$  de  $N^*$  :  $S_{n+1} = \frac{1}{a}S_n + \frac{1}{a-1} - \frac{1}{(a-1)a^{n+1}}$

5. En déduire que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{a}{(a-1)^2}$

### 7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

---

II. Soit la suite  $(W_n)$  définie sur  $N^*$  par :  $W_n = \sum_{k=1}^n (-1)^k U_k$

1. Montrer que la suite  $(W_{2n})$  est strictement décroissante et la suite  $(W_{2n+1})$  est strictement croissante.
2. Etablir que pour tout  $n$  de  $N^*$  :  $W_{2n+1} < W_{2n}$
3. Montrer que les suites  $(W_{2n})$  et  $(W_{2n+1})$  sont convergentes vers la même limite  $\ell_a$  tel que :

$$\frac{-a^2 + 2a - 3}{a^3} < \ell_a < \frac{-a + 2}{a^2}$$