

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et x_0 un réel de I .

Continuité en un réel.

*) f est continue en x_0 si et seulement si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

*) f est continue à droite de x_0 si et seulement si $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$

*) f est continue à gauche de x_0 si et seulement si $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$

*) f est continue en x_0 si et seulement si, f est continue à droite et à gauche en x_0 .

*) Une fonction f est continue sur un intervalle I , si elle est définie sur cet intervalle et si : pour tout réel a de I
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Conséquences

*) Toutes fonction constante est continue en tout réel x_0 .

*) La fonction affine est continue en tout réel x_0 .

*) Toute fonction polynôme est continue en tout réel x_0 .

*) Toute fonction rationnelle est continue en tout réel x_0 de domaine de définition.

*) La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est continue en tout réel positif x_0 .

*) Si f est continue en x_0 , alors $|f|$ est continue x_0 .

*) f une fonction positive sur I .

Si f est continue en x_0 , alors \sqrt{f} est continue x_0 .

Opération sur les fonctions continues

Soit f et g deux fonction définies sur un intervalle I

*) Si f et g sont continues en x_0 alors les fonction $f+g$, fg et kf sont continues en x_0 .

*) Si f et g sont continues en x_0 et si $g(x_0) \neq 0$ alors les fonction $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont continues en x_0 .

*) f une fonction positive sur I .

Si f est continue à droite en x_0 , alors \sqrt{f} est continue à droite x_0 .

Si f est continue à gauche en x_0 , alors \sqrt{f} est continue à gauche x_0 .

Continuité sur un intervalle.

*) Une fonction définie sur un intervalle $]a, b[$ est dite continue sur $]a, b[$ si elle est continue en tout réel de $]a, b[$.

*) Une fonction définie sur un intervalle $]a, b]$ est dite continue sur $]a, b]$ si elle est continue $]a, b[$ et continue à gauche de b .

*) Une fonction définie sur un intervalle $[a, b[$ est dite continue sur $[a, b[$ si elle est continue $]a, b[$ et continue à droite de a .

*) Une fonction définie sur un intervalle $[a, b]$ est dite continue sur $[a, b]$ si elle est continue $]a, b[$ et continue à droite de a et à gauche de b .

*) Toute fonction polynôme est continue sur \mathbb{R}

*) Toute fonction rationnelle est continue sur sa domaine de définition.

Image d'un intervalle

*) L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.

