

EXERCICE N°1

Calculer les limites suivants :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x - 1}, \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+6} - 4}{\sqrt{x+4} - 3}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x - 12}{x^3 - 8},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(x-2)^2 - 4}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3} + \sqrt{2x^2+7} - 5}{x^2 - 1}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{\sqrt{x+1} - 2}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x} - 2}$$

EXERCICE N°2

Soit $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} - 1 & \text{si } x \neq 0 \\ x & \text{si } x = 0 \end{cases}$ où $a \in \mathbb{R}$

- 1°) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2°) Pour quelle valeur de a , f est continue en 0 .
- 3°) Préciser suivant a , l'ensemble de continuité de f

EXERCICE N°3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = \begin{cases} mx + \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x > 3 \\ \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} & \text{si } x < 3 \end{cases}$

- 1°) Déterminer la limite de f à droite en 3 .
- 2°) Déterminer la limite de f à gauche en 3 .
- 3°) Pour quel valeur de m , f est-elle prolongeable par continuité en 3 .

EXERCICE N°4

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} x + a + \sqrt{x^2 + x + 1} & \text{si } x < -1 \\ \frac{ax - b + a}{2x + 4} & \text{si } |x| \leq 1 \\ \frac{2}{3}bx - \frac{\sqrt{x^2 + 3} + 2}{x + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- 1°) Prouver que $D_f = \mathbb{R}$
- 2°) Calculer $\lim_{x \rightarrow -1^-} f$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f$
- 3°) Trouver une relation entre a et b pour que f soit continue en -1 .
- 4°) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f$.
- 5°) Trouver une deuxième relation entre a et b pour que f soit continue en 1 .
- 6°) Déterminer a et b pour que f soit continue en 1 et en -1 .

EXERCICE N°5

Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2x-3} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2m-x}{2-x} & \text{si } 1 < x \leq \frac{3}{2} \\ \frac{x^2+1}{x^2+2x-4} & \text{si } x > \frac{3}{2} \end{cases}$

- 1°) Trouver m pour que f soit continue en 1 .
- 2°) Pour la valeur du réel m trouvée. Etudier la continuité de f en $x_0 = 3/2$.



EXERCICE N°6

$$f(x) = \begin{cases} (1+3a)x^2 - 3x & \text{si } x \in]-\infty, \frac{1}{2}] \\ \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 5x + 2} & \text{si } x \in]\frac{1}{2}, 2[\\ \sqrt{4x^2 - 1} - ax - 1 & \text{si } x \in [2, +\infty[\end{cases}$$

1°) Déterminer le domaine de définition de f .

2°) Étudier les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

3°) Peut-on déterminer a pour que f soit continue en 2.

4°) Préciser suivant a , l'ensemble de continuité de f .

EXERCICE N°7

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^3 - 7x^2 + x + 5}$ si $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ et $f(1) = a$.

1°) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2°) Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1.

EXERCICE N°8

Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2009} - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 2009 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

1°) Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} : $1 - x^{2009} = (1 - x)(1 + x + x^2 + \dots + x^{2008})$

2°) En déduire alors que f est continue en 1.

3°) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2009}{x - 1}$

