### *Théorème*

*Toute suite convergente est bornée.*

### *Convergence et divergence*

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est majorée} \\ (u) \text{ est croissante}\end{cases}$ **alors** *(u) est convergente vers un réel* $\ell$ *et pour tout n de I :* $u_n \le \ell$

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est minorée} \\ (u) \text{ est décroissante}\end{cases}$ **alors** *(u) est convergente vers un réel* $\ell$ *et pour tout n de I :* $u_n \ge \ell$

### *Calcul de limite*

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est convergente vers } \ell \\ f \text{ est continue en } \ell\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to+\infty} f(u_n) = f(\ell)$

- **Si** $\begin{cases}\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell \ (\ell \text{ fini ou infini}) \\ \lim\limits_{n\to\ell} f(x) = e\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to+\infty} f(u_n) = e$

*Soit (u) la suite définie par* $u_{n+1} = f(u_n)$

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est convergente vers } \ell \\ f \text{ est continue en } \ell\end{cases}$ **alors** $\ell = f(\ell)$

### *Théorème d'encadrement*

- **Si** $\begin{cases}\exists n_0 \in N \ / \ n \ge n_0 : v_n \le u_n \le w_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \ell\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \ell$

- **Si** $\begin{cases}\exists n_0 \in N \ / \ n \ge n_0 : |u_n| \le v_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$

- **Si** $\begin{cases}\exists n_0 \in N \ / \ n \ge n_0 : u_n \ge w_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$

- **Si** $\begin{cases}\exists n_0 \in N \ / \ n \ge n_0 : u_n \le v_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = -\infty$

## *Suite arithmétique – Suite géométrique*

| *** Suite arithmétique(s.a)*** | *** Suite géométrique(s.g)*** |
|---|---|
| $u_{n+1} = u_n + r$ | $v_{n+1} = qv_n$ |
| $u_n = u_0 + nr$ | $v_n = v_0 q^n$ |
| $u_p = u_s + (p-s)r$ | $v_p = v_s q^{p-s}$ |
| $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0 \Rightarrow \quad u \quad non \quad s.a$ | $\dfrac{v_2}{v_1} \neq \dfrac{v_1}{v_0} \Rightarrow \quad v \quad non \quad s.g$ |
| $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0 \end{cases}$ | $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = \begin{cases} 0 & si \quad -1 < q < 1 \\ 1 & si \quad q = 1 \\ +\infty & si \quad q > 1 \\ n'existe\ pas & si \quad q \leq -1 \end{cases}$ |
| $\bullet \sum\limits_{k=0}^{n} x = \overbrace{x + x + \ldots + x}^{n+1 \quad fois \quad x} = (n+1)x$<br>$\bullet \sum\limits_{k=0}^{n} k = 1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$<br>$\bullet \sum\limits_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = \dfrac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$<br>$\bullet \sum\limits_{k=p}^{n} u_k = u_p + u_{p+1} + \ldots + u_n = \dfrac{(n-p+1)(u_p + u_n)}{2}$ | $pour \quad tout \quad q \in R^* - \{1\}$<br>$\bullet \sum\limits_{k=0}^{n} q^k = 1 + q^1 + \ldots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1-q}$<br>$\bullet \sum\limits_{k=p}^{n} q^k = q^p + q^{p+1} + \ldots + q^n = \dfrac{q^p - q^{n+1}}{1-q}$ |