### *EXERCICE N°1*

*Calculer les limites suivantes*

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1}{2x^2+x+1}\ ,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x-x^3}{3x^2+x+1}\ ,\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x+1}\ ,\ \lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+x+1}{1-x}\ ,\ \lim_{x\to 2^-}\frac{3x^2-1}{4-2x}\ ,\ \lim_{x\to 1}\frac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}$$

### *EXERCICE N°2*

*Soit f la fonction définie par* $f(x)=\dfrac{x^2-3x-1}{x-2}$

*On désigne par* $(\zeta)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

*1°)Calculer* $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

*2°)Montrer qu'il existe trois réels a , b et c tels que pour tout* $x\in R-\{2\}$ : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$

*3°)Expliquer pourquoi la droite* $\Delta$ *d'équation y = x + 1 est asymptote oblique à* $(\zeta)$ *au voisinage de* $\infty$

*4°)Etudier la position de* $(\zeta)$ *par rapport* $\Delta$

### *EXERCICE N°3*

*Soit f la fonction définie par* $f_a(x)=\dfrac{ax^2-x+1}{x-1}$

*1°)Etudier suivant les valeurs de a, ,* $\lim\limits_{x\to 1} f_a(x)$. *Interpréter les résultas obtenues .*

*2°)Etudier suivant les valeurs de a, ,* $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f_a(x)}{x}$

*3°)Dans le cas ou a est non nul, calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f_a(x)-x\right)$. *Interpréter le résulta obtenue .*

### *EXERCICE N°4*

*On considère la fonction f définie par* $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x+1}+ax & si\quad x\le 1\\ \dfrac{x^3+x^2-2}{x^2+x-2} & si\quad x>1\end{cases}$

*On désigne par* $(\zeta)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

***Partie A***

*1°)Vérifier que f est définie sur R.*

*2°)Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 1.*

***Dans la suite d'exercice on prend*** $a=\dfrac{2}{3}$ **.**

*3°)Déterminer le domaine de continuité de f .*

***Partie B***

*1°)Montrer que pour tout x < 0 :* $f(x)=x\left(\dfrac{2}{3}-\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}\right)$. *Calculer alors* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

*2°)a-Justifier que : pour tout x < 0 :* $\sqrt{x^2-x+1}-x\neq 0$

*b-Montrer que , pour tout x < 0 :* $f(x)+\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}-\dfrac{1}{2}$

*c-Calculer* $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{2}\right)$. *Interpréter le résultat .*

***Partie C***

*1°)Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

2°)Montrer qu'il existe trois réels a , b et c tels que pour tout $x > 1$ : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$

3°)Expliquer pourquoi la droite $\Delta$ d'équation $y = x$ est asymptote oblique à $(\zeta)$ au voisinage de $+\infty$

4°)Etudier la position de $(\zeta)$ par rapport $\Delta$

5°)Soit x un réel tel que $x > 1$. On désigne par M et P les points respectifs de $(\zeta)$ et $\Delta$ d'abscisse x.

a- Soit k un entier naturel non nul .Montrer que : Si $x > 2(10^k - 1)$ alors $MP < 10^{-k}$ .

b- Déterminer , sans faire de calcul, une approximation de $f(2000)$ et un majoration de l'erreur ainsi commise.

## *EXERCICE N°5*

*Calculer les limites suivantes*

$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - 2x - 1$ , $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} - 2x}$ , $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}$