Théorème

Toute suite convergente est bornée.

Convergence et divergence

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est majorée} \\ (u) \text{ est croissante}\end{cases}$ **alors** *(u) est convergente vers un réel* ℓ *et pour tout n de I :* $u_n \le \ell$
- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est minorée} \\ (u) \text{ est décroissante}\end{cases}$ **alors** *(u) est convergente vers un réel* ℓ *et pour tout n de I :* $u_n \ge \ell$
- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est croissante} \\ (u) \text{ est } \underline{\text{non majorée}}\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est décroissante} \\ (u) \text{ est } \underline{\text{non minorée}}\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

Calcul de limite

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est convergente vers } \ell \\ f \text{ est continue en } \ell\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to+\infty} f(u_n) = f(\ell)$
- **Si** $\begin{cases}\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell \ (\ell \text{ fini ou infini}) \\ \lim\limits_{n\to\ell} f(x) = e\end{cases}$ **alors** $\lim\limits_{n\to+\infty} f(u_n) = e$

Soit (u) la suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$

- **Si** $\begin{cases}(u) \text{ est convergente vers } \ell \\ f \text{ est continue en } \ell\end{cases}$ **alors** $\ell = f(\ell)$

Suite arithmétique – Suite géométrique

*** Suite arithmétique(s.a) ***	*** Suite géométrique(s.g) ***
$u_{n+1} = u_n + r$	$v_{n+1} = q v_n$
$u_n = u_0 + nr$	$v_n = v_0 q^n$
$u_p = u_s + (p-s)r$	$v_p = v_s q^{p-s}$
$u_2 - u_1 \ne u_1 - u_0 \Rightarrow u$ non s.a	$\frac{v_2}{v_1} \ne \frac{v_1}{v_0} \Rightarrow v$ non s.g
$\begin{cases}\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0\end{cases}$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = \begin{cases} 0 & si \ -1 < q < 1 \\ 1 & si \ q = 1 \\ +\infty & si \ q > 1 \\ n'existe\ pas & si \ q \le -1\end{cases}$
• $\sum\limits_{k=0}^{n} x = \overbrace{x + x + \ldots + x}^{n+1 \text{ fois } x} = (n+1)x$ • $\sum\limits_{k=0}^{n} k = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ • $\sum\limits_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = \frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$ • $\sum\limits_{k=p}^{n} u_k = u_p + u_{p+1} + \ldots + u_n = \frac{(n-p+1)(u_p+u_n)}{2}$	pour tout $q \in R^* - \{1\}$ • $\sum\limits_{k=0}^{n} q^k = 1 + q^1 + \ldots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ • $\sum\limits_{k=p}^{n} q^k = q^p + q^{p+1} + \ldots + q^n = \frac{q^p - q^{n+1}}{1-q}$