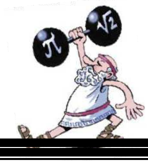
☏ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/



Lycée secondaire *** **Devoir de contrôle n°1**	***SECTION :*** *$4^{ème}$ année Maths* ***EPREUVE :*** *Mathématiques* ***DUREE :*** *2heures* ***PROPOSER PAR :*** *Mr AKIR ALI*

<u>*QCM*</u>(3points)

Pour chaque question, <u>une seule</u> réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points.
L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Une note négative est ramenée à zéro.

I. *Soit* $f : x \mapsto \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3}$

Indiquer la bonne réponse :

1°)Le domaine de définition de f est :

$\langle a\rangle : D=\left[-\dfrac{1}{4},+\infty\right[$	$\boxed{b} : D=\left[-\dfrac{1}{4},+\infty\right[-\{2\}$	$\boxed{c} : D=[-2,+\infty[$	$\langle d\rangle : D=[-2,+\infty[-\{2\}$

2°)f est prolongeable par continuité en 2

$\langle a\rangle$: *Vrai et on* $a : \lim\limits_{x\to 2} f(x)=\dfrac{9}{4}$	$\langle b\rangle$: *Vrai et on* $a : \lim\limits_{x\to 2} f(x)=\dfrac{4}{9}$	$\langle c\rangle$: *Faux*

II. *Indiquer la bonne réponse :*

1°)L'équation $x^{11}+11x-22=0$ *admet :*

$\langle a\rangle$: *une unique solution dans R*	$\langle b\rangle$: *deux solutions exactement dans R*	$\langle c\rangle$: *au moins solution dans R*

2°)L'équation $x^4+x^3-x+1=0$ *admet :*

$\langle a\rangle$: *une unique solution dans R*	$\langle b\rangle$: *deux solutions exactement dans R*	$\langle c\rangle$: *n'admet aucune solution dans R*

III. *Indiquer la bonne réponse : Soit* $f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$

1°) Δ *est un asymptote au voisinage de* $+\infty$ *avec :*

$\langle a\rangle : \Delta : y=2x+1$	$\langle b\rangle : \Delta : y=2x-1$	$\langle b\rangle : \Delta : y=2x$

2°) Δ' *est un asymptote au voisinage de* $-\infty$ *avec :*

$\langle a\rangle : \Delta' : y=0$	$\langle b\rangle : \Delta' : y=-1$	$\langle c\rangle : \Delta' : y=2x$

☎ :24 96 24 30
🖷 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

EXERCICE N°2

Dans le plan complexe $\wp$ rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ on considère les points A et B d'affixes respectives a et 1 où a est un nombre complexe différent de 1 .

On désigne par ζ le cercle de centre O et de rayon 1 .

Soit f l'application définie par : $f : \wp \setminus\{B\} \to \wp$, $M(z) \mapsto M'(z')$ telle que $z' = \dfrac{z-a}{z-1}$

1°)Montrer que les affixes des points invariants par f sont solutions de l'équation : (E):

$z^2 - 2z + a = 0$

2°)On suppose que $a = 1 + e^{i2\theta}$ avec $\theta \in \left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$

(a) Résoudre dans C l'équation (E).
(b) Mettre chacune de solutions de (E) sous forme exponentielle.

3°)On note M' et M'' les points d'affixes respectives $1 + i e^{i\theta}$ et $1 - i e^{i\theta}$ où $\theta \in \left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$.

(a) Déterminer et construire les ensembles décrits par M' et M lorsque θ varie dans $\left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$.

(b) Montrer que pour tout $\theta \in \left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$, le triangle OM'M'' est rectangle en O .

(c) Déterminer θ dans $\left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$ pour que le tringle OM'M'' soit isocèle .

4°)Dans cette partie on suppose que a = -1.

(a) Montrer que $(\vec{u},\overrightarrow{BM}) + (\vec{u},\overrightarrow{BM'}) \equiv 0[2\pi]$. En déduire que la demi-droite [BA) est une bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BM'})$.
(b) Montrer que z' est imaginaire pur si et seulement si $|z| = 1$.
(c) En déduire la construction du point M' image d'un point M du cercle trigonométrique privé du point B.

EXERCICE N°3

I. *Soit (x_n) une suite numérique définie par : x :* $\begin{cases} x_0 ; x_1 \in R \\ \forall n \in N \\ x_{n+2} = \dfrac{1}{3}x_{n+1} + \dfrac{1}{3}x_n \end{cases}$

1°)On pose $s_n = x_0 + x_1 + ... + x_n = \sum_{k=0}^{n} x_k$

Montrer que si (x_n) est convergente vers ℓ alors (x_n) converge vers ℓ' qui l'on déterminera.

☎ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

2°)On pose $a_n = x_{n+1} + tx_n$. Déterminer les valeurs de t tel que (a_n)soit une suite géométrique

3°)En déduire x_n en fonction de n , x_0 et x_1

4°)Calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$

II. *Soient a et b sont deux réels supérieurs ou égaux à 1.*

On étudie la suite numérique (u_n) définie par : $u : \begin{cases} u_0 = a ; u_1 = b \\ \forall n \in N \\ u_{n+2} = \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{n+1}} \end{cases}$

1°) Montrer que pour tout entier naturel n, u_n est bien défini et vérifie $u_n \geq 1$.

2°) Montrer que la seule limite possible de la suite (u_n) est 4.

3°) On se propose d'établir la convergence de la suite (u_n)par l'étude d'une suite auxiliaire (v_n)

définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = \frac{1}{2}\sqrt{u_n} - 1$.

(a) Montrer que si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$.

(b) Vérifier que, pour tout entier naturel n : $v_{n+2} = \dfrac{v_{n+1} + v_n}{2(2+v_{n+2})}$.

(c) En déduire que : $|v_{n+2}| \leq \frac{1}{3}(|v_{n+1}| + |v_n|)$

4°) On note (x_n)la suite définie par : $x_0 = |v_0|$, $x_1 = |v_1|$ et, pour tout entier naturel n

, $x_{n+2} = \frac{1}{3} x_n + \frac{1}{3} x_{n+1}$.

Montrer que pour tout entier naturel n,$|v_n| \leq x_n$ et conclure quant à la convergence de la suite (u_n).