☏ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

Lycée secondaire *** **Devoir de synthèse n°1**	**SECTION :** 3ème année MATHS **EPREUVE :** Mathématiques **DUREE :** 2heures **PROPOSER PAR :** Mr AKIR ALI

QCM(5points)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points.
L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Une note négative est ramenée à zéro.

1°)Soit $E=\left\{M\in\wp \quad / \quad \left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]\right\}$

a) ☐ : E est l'arc $\overset{\frown}{BA}$ privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que $\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

b) ☐ : E est l'arc $\overset{\frown}{AB}$ privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que $\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

c) ☐ : E est l'arc $\overset{\frown}{BA}$ privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (BT) en B tel que $\left(\overrightarrow{BT},\overrightarrow{BA}\right)\equiv-\frac{\pi}{6}[2\pi]$

2°)Soit $F=\left\{M\in\wp \quad / \quad \left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}+\pi[2\pi]\right\}$

a) ☐ : F est l'arc $\overset{\frown}{BA}$ privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que $\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv-\frac{\pi}{6}[2\pi]$

b) ☐ : F est l'arc $\overset{\frown}{AB}$ privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que $\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

c) ☐ : F est l'arc $\overset{\frown}{AB}$ privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que $\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv-\frac{\pi}{6}[2\pi]$

3°)Soit $G=E\cup F$

☎ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

a) ☐ : G est le cercle ζ privé de A et B passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que

$\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

b) ☐ : G est le cercle ζ privé de A et B passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que

$\left(\overrightarrow{AT},\overrightarrow{AB}\right)\equiv-\frac{5\pi}{6}[2\pi]$

c) ☐ : G est le cercle ζ privé de A et B passant par A et B et tangente à (BT) en B tel que

$\left(\overrightarrow{BT},\overrightarrow{BA}\right)\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$

4°) $R=\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormé direct. Soient A(1,-1) et $B(-\sqrt{3},1)$

4.1. Les cordonnées polaire de A est

a) ☐ $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$, b) ☐ $\left(\sqrt{2},-\frac{\pi}{4}\right)$, c) ☐ $\left(\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right)$, d) ☐ $\left(\sqrt{2},-\frac{3\pi}{4}\right)$

4.2. Les cordonnées polaire de B est

a) ☐ $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$, b) ☐ $\left(2,-\frac{\pi}{6}\right)$, c) ☐ $\left(2,\frac{5\pi}{6}\right)$, d) ☐ $\left(2,-\frac{5\pi}{6}\right)$

4.3. Soit $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\equiv\theta[2\pi]$, On a alors

4.3.1 :

a) ☐ $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$, b) ☐ $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$,c) ☐ $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$, ☐ $\cos\theta=\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

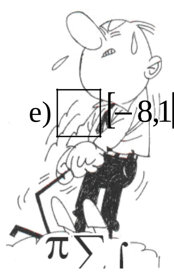
4.3.2 :

a) ☐ $\sin\theta=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$, b) ☐ $\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$, c) ☐ $\sin\theta=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$,d) ☐ $\sin\theta=\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

5°)Soit la fonction $f:x f(x)=\frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x+8}-3}$

5.1. Le domaine de définition de f est D_f =.....

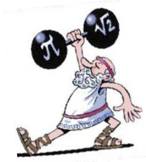
a) ☐ $]-8,1[\cup]1,+\infty[$, b) ☐ $[-3,1[\cup]1,+\infty[$, c) ☐ $]1,+\infty[$, d) ☐ $[-3,1[$, e) ☐ $]-8,1[$



5.2. f est prolongeable par continuité en 1 :

a) ☐ Vrai , b) ☐ Faux

☎ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/



6°)Soit la fonction $f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$

6.1. Δ est un asymptote de (ζf) au voisinage de $+\infty$ d'équation : …

a) ☐ $\Delta : y=2x+1$, b) ☐ $\Delta : y=2x-1$, c) ☐ $\Delta : y=2x$

6.2. Δ' est un asymptote de (ζf) au voisinage de $-\infty$ d'équation : …

a) ☐ $\Delta' : y=0$, b) ☐ $\Delta' : y=-1$, c) ☐ $\Delta' : y=2x$

7°)Soit $f : R \to R$, $x \mapsto x^3-x-1$

7.1 : f est :

a) ☐ strictement croissante sur $[1,2]$

b) ☐ strictement décroissante sur $[1,2]$

c) ☐ ni croissante ni décroissante sur $[1,2]$

7.2.L'équation $x^3-x-1=0$ admet :

a) ☐ au moins une solutions dans $[1,2]$

b) ☐ n'admet aucune solutions dans R

8°) Soit pour tout $x \in [0,1[$, f(x) = x et pour tout x de R : $f(x+1)=f(x)$

8.1 : la valeur de f(2007) est :

a) ☐ : 0 b) ☐ : 1 c) ☐ : 2007 d) ☐ : n'existe pas

8.2 : $f([2007,2008[)$ est :

a) ☐ : $[2007,2008[$ b) ☐ : $[0,1[$ c) ☐ : n'existe pas

8.3 : f est :

a) ☐ : continue en 1 b) ☐ : discontinue en 1

c) ☐ : continue à droite en 1 d) ☐ : continue à gauche en 1

☏ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

***EXERCICE N°1*(5points)**

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. H le pied de la hauteur issue de A ; I et J les projeté orthogonaux de H respectivement sur [AB] et [AC] et K=B*C.

Le But d'exercice est de démontrer que les droites (AK) et (IJ) sont perpendicularités.

Méthode 1

1°)Vérifier que $\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AH}=AC\times AJ$ et $\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AH}=AB\times AI$

2°)Montrer que : $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(AC\times AJ-AB\times AI\right)$

3°)En déduire que les droites (AK) et (IJ) sont orthogonales.

Méthode 2

1°)Montrer que $\left(\overrightarrow{AJ},\overrightarrow{AK}\right)\equiv\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)[2\pi]$

2°)Montrer que $\left(\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{AI}\right)\equiv\frac{3\pi}{2}+\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)[2\pi]$

3°)En déduire que les droites (AK) et (IJ) sont orthogonales.

***EXERCICE N°2*(4points)**

1°)Montrer que pour tous réels a et b différents de $\frac{\pi}{2}+k\pi,(k\in Z)$, on a : $\tan a+\tan b=\frac{\sin(a+b)}{\cos a.\cos b}$

2°)Soit x un réel de $\left]-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right[$.

a) Montrer que : $\tan\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{4\sin 2x}{2\cos 2x-1}$

b) Montrer que : $\cos x.(2\cos 2x-1)=\cos 3x$

c) En déduire que $\tan\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\tan x+\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=3\tan 3x$

***EXERCICE N°3*(6points)**

On considère la fonction f définie par $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x+1}+ax & \text{si } x\le 1\\ \frac{x^3+x^2-2}{x^2+x-2} & \text{si } x>1\end{cases}$

☏ :24 96 24 30
🖶 : akir.cm@gmail.com
Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

On désigne par (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$

Partie A

1°)Vérifier que f est définie sur R.

2°)Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 1.

Dans la suite d'exercice on prend $m = \frac{2}{3}$**.**

3°)Déterminer le domaine de continuité de f .

Partie B

1°)Montrer que pour tout $x < 0$: $f(x) = x\left(\frac{2}{3} - \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}\right)$. Calculer alors $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2°)a-Justifier que : pour tout $x < 0$: $\sqrt{x^2 - x + 1} - x \neq 0$

b-Montrer que , pour tout $x < 0$: $f(x) + \frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \dfrac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}} - \frac{1}{2}$

c-Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(f(x) + \frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)$. Interpréter le résultat .

Partie C

1°)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

2°)Montrer qu'il existe trois réels a , b et c tels que pour tout $x > 1$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$

3°)Expliquer pourquoi la droite Δ d'équation y = x est asymptote oblique à (ζ) au voisinage de $+\infty$

4°)Etudier la position de (ζ) par rapport Δ

5°)Soit x un réel tel que x > 1. On désigne par M et P les points respectifs de (ζ) et Δ d'abscisse x.

a- Soit k un entier naturel non nul .Montrer que : Si $x > 2(10^k - 1)$ alors $MP < 10^{-k}$.

b- Déterminer , sans faire de calcul, une approximation de $f(2000)$ et un majoration de l'erreur ainsi commise.