Fiche de cours $3^{ème}$***technique***

ETUDES DES FONCTIONS

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**

Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

Le plan est muni d'un repère orthogonale $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit f une fonction définie sur un ensemble D et (ζf) *sa courbe représentative.*

•Fonction paire

f est dite fonction paire si et seulement si, pour tout $x\in D$, $-x\in D$ *et* $f(-x)=f(x)$

Dans ce cas l'axe des ordonnées est un axe de symétrie pour la courbe (ζf)

•Fonction impaire

f est dite fonction impaire si et seulement si, pour tout $x\in D$, $-x\in D$ *et* $f(-x)=-f(x)$

Dans ce cas O *est une centre de symétrie pour la courbe* (ζf)

•Fonction périodique

f est dite fonction périodique , s'il existe in réel t non nul tel que pour tout $x\in D$, $x+t\in D$ *et* $f(x+T)=f(x)$. *t est dite période pour f.*

Le plus petit réel t strictement positif est une période pour f est dite la période de f. On note en générale T.

•Axe de symétrie :

La droite $\Delta : x=a$ *est un axe de symétrie de* (ζf), *si et seulement si, pour tout* $x\in D$, $2a-x\in D$ *et* $f(2a-x)=f(x)$

•Centre de symétrie :

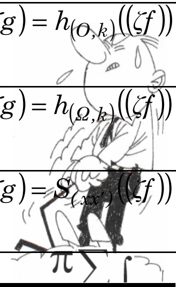
Le point I(a,b) est un centre de symétrie de (ζf) *si et seulement si, pour tout* $x\in D$, $2a-x\in D$ *et* $f(2a-x)=2b-f(x)$

• Branches paraboliques ,plus générale :

Si :	***Alors :***
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$	(ζf) *admet une branche infinie de direction asymptotique celle de la droite* $(O,\vec{i})$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ou $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$	(ζf) *admet une branche infinie de direction asymptotique celle de la droite* $(O,\vec{j})$
$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=b$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=b$	Δ *: y = b est une asymptote à la courbe* (ζf)
$\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=-\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=+\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=+\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=-\infty$	Δ *:x = a est une asymptote à la courbe* (ζf)
$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax-b)=0$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-ax-b)=0$	Δ *: y = ax+b est une asymptote oblique à la courbe* (ζf)

•Image d'un courbe par une transformation du plan

Relation entre f et g	***Nature de transformation***	
$g : x\mapsto f(x)+b$	*Translation de vecteur* $\vec{u}=b\vec{j}$	$(\zeta g)=t_{\vec{u}}((\zeta f))$
$g : x\mapsto f(x-a)$	*Translation de vecteur* $\vec{u}=a\vec{i}$	$(\zeta g)=t_{\vec{u}}((\zeta f))$
$g : x\mapsto f(x-a)+b$	*Translation de vecteur* $\vec{u}=a\vec{i}+b\vec{j}$	$(\zeta g)=t_{\vec{u}}((\zeta f))$
$g : x\mapsto kf\left(\dfrac{x}{k}\right)$	*Homothétie de centre O et de rapport k*	$(\zeta g)=h_{(O,k)}((\zeta f))$
$g : x\mapsto kf\left(\dfrac{x+a(k-1)}{k}\right)+b(1-k)$	*Homothétie de centre* $\Omega(a,b)$ *et de rapport k*	$(\zeta g)=h_{(\Omega,k)}((\zeta f))$
$g : x\mapsto -f(x)$	*Symétrie orthogonale d'axe* $(xx')=(O,\vec{i})$	$(\zeta g)=S_{(xx')}((\zeta f))$



•Changement de repère

Dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, *soit* $M(x,y)$ *et* $\Omega(a,b)$

Dans le repère $\left(\Omega,\vec{i},\vec{j}\right)$, *soit* $M(X,Y)$ *et on a* $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O\Omega} + \overrightarrow{\Omega M}$ *d'où* $\begin{cases} x = a + X \\ y = b + Y \end{cases}$

Dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, (ζf) *a pour équation :* $y = f(x)$

Dans le repère $\left(\Omega,\vec{i},\vec{j}\right)$, (ζf) *a pour équation :* $Y = f(a+X) - b$