Séries d'exercices *$2^{ème}$ sciences*

POLYNOMES

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**

Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

Factoriser les polynômes $P(x) = x^4 - 1$ et $Q(x) = x^4 + 1$ en deux polynôme de second degré.

EXERCICE N°2

1°)Montrer qu'en posant $X = x + \frac{k}{x}$, toute équation de la forme :

$x^4 + ax^3 + bx^2 + k.ax + k^2 = 0$ ($k \neq 0$) se ramène a une équation de second degré .

2°)Résoudre alors les équations :

(a) $x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 1 = 0$

(b) $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4 = 0$

EXERCICE N°3

Soit le polynôme : $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

1°)Montrer que : $a = 1 + \sqrt{2}$ et $b = 1 - \sqrt{2}$ sont des racines de P .

2°)Factoriser alors P(x) .

EXERCICE N°4

Soit la fraction : $F(x) = \frac{2}{x^2 + 3x + 2}$

1°)Déterminer deux réels a et b tels que , pour tout réel x différent de -1 et -2, on a :

$F(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$

2°)Calculer alors la somme : $S = \frac{1}{1^2+3+2} + \frac{1}{2^2+3.2+2} + \frac{1}{3^2+3.3+2} + \ldots + \frac{1}{n^2+3n+2}$ où $n \in \mathbb{N}^*$

EXERCICE N°5

En utilisant le procédé de Horner , Calculer P(2) et P(3) avec $P(x) = x^6 - 4x^4 - x^2 + 4$

EXERCICE N°6

Soient : $P(x) = x^n + x + 1$ et $Q(x) = x^2 + 3x - 4$ où $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

On suppose qu'ils existe deux polynôme S et R tel que :

$P(x) = Q(x) . S(x) + R(x)$ avec $d°R = 1$

1°)Déterminer le d°S

2°)Déterminer le polynôme R(x) en fonction de x et n .

EXERCICE N°7

Soient u_1 , u_2 et u_3 les racines d'une équation de troisième degré . ($ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$)

On pose : $u_1 + u_2 + u_3 = 6$ et $u_1u_2 + u_1u_3 + u_2u_3 = 11$ et $u_1u_2u_3 = 6$

Calculer les sommes suivantes :

1°) $S_1 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$

2°)$S_2 = u_1^3 + u_2^3 + u_3^3$

3°)$S_3 = u_1^4 + u_2^4 + u_3^4$

EXERCICE N°8

1°)Déterminer un polynôme P de second degré tel que pour tout réel x o,n a : $P(x + 1) - P(x) = x$

2°)En déduire la valeur de la somme : $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n$ où $n \in \mathbb{N}$

EXERCICE N°9

1°)Montrer que :$(1 - x)(1 + x + x^2 + \ldots\ldots + x^n) = 1 - x^{n+1}$

2°)En déduire la valeur de la somme $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots\ldots + 2^{2009}$

EXERCICE N°10

Soit a , b et c trois réels tel que :a+b+c =0 . On pose :U = ab + bc + ac et V = abc .

Le but de l'exercice est de démontrer que : $\frac{a^5 + b^5 + c^5}{5} = \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}\right).\left(\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3}\right)$

1°)Montrer que : $a^2 + b^2 + c^2 = -2.U$

2°)Etablire que pour tout réel x , on a : $(x - a)(x - b)(x - c) = x^3 + U.x - V$.

3°)En déduire les égalités suivantes :

$a^3 = V - a.U$; $a^4 = a.V - a^2.U$; $a^5 = -U.V + a.U^2 + a^2.V$.

4°)A l'aide des égalités précédents , montrer que :

$a^3 + b^3 + c^3 = 3.V$; $a^4 + b^4 + c^4 = 2.U^2$; $a^5 + b^5 + c^5 = -5.U.V$

5°)En déduire alors que : $\frac{a^5 + b^5 + c^5}{5} = \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}\right).\left(\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3}\right)$