Ensemble fini : Définitions et vocabulaires

On appelle ensemble une collection d'objets , ces objets sont appelées éléments de l'ensemble.
Un ensemble E est dite fini s'il contient un nombre fini d'éléments.
Le nombre d'élément de E est appelé cardinal de E et noté card E .

Exemples :
$A = \{1, a, b, 5\}$, $card\ A = 4$

Propriétés des ensembles finis

Soient A et E deux ensembles finis.
**)On dit que A est inclus dans E, ce que l'on note* $A \subset E$ *, lorsque tout élément de A est élément de E.*
On dit aussi que A est un sous-ensemble, ou une partie , de E.
Notons que $\varnothing$ *et E sont des parties de E et on convient que card* $\varnothing = 0$
On note $\wp(E)$ *l'ensemble de toutes les parties de E.*

Exemple: $E = \{a, b, c\}$
$\wp(E) = \{\{\varnothing\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$
Soient $A, B \in \wp(E)$
**)On appelle réunion de deux ensembles A et B l'ensemble, noté* $A \cup B$*, l'ensemble :*
$A \cup B = \{x \in E \ /\ x \in A \text{ ou } x \in B\}$
**)On appelle intersection de deux ensembles A et B l'ensemble, noté* $A \cap B$*, l'ensemble :*
$A \cap B = \{x \in E \ /\ x \in A \text{ et } x \in B\}$
Lorsque $A \cap B = \varnothing$*, on dit que A et B sont* ***disjoints.***
**)On appelle différence A moins B, et on note* $A \setminus B$ *, l'ensemble:* $A \setminus B = \{x \in E \ /\ x \in A \text{ et } x \notin B\}$
**)On appelle différence symétrique de A et B, et on note* $A \Delta B$ *, l'ensemble formé des éléments qui appartiennent à un, et à un seul, des deux ensembles A et B.*
**)On appelle complémentaire de A dans E l'ensemble,noté* $C_E A$ *ou* $\overline{A}$ *défini par:* $\overline{A} = \{x \in E \ /\ x \notin A\}$

**)On note par :* $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ *l'ensemble* $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$: $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \{x \in E \ /\ x \in A_1 \text{ ou } x \in A_2 \text{ ou....ou } x \in A_n\}$

**)On note par :* $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ *l'ensemble* $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$: $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \{x \in E \ /\ x \in A_1 \text{ et } x \in A_2 \text{ et....et } x \in A_n\}$

Type de tirage (Récapitulation):

Type de tirage	*Successif avec remise*	*Successif sans remise*	*simultané*
Ordre	*L'ordre intervient*	*L'ordre intervient*	*L'ordre n' intervient pas*
Un cas possible	*un p-uplet avec possibilité de répétition*	*un p-uplet d'élément distinct*	*une partie de p éléments*
$card\Omega$	n^p	$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

Théorèmes

Pour tout (p, n) *de* N^2 *avec* $0 < p \leq n$ *, on a :*
Par convention $0! = 1$

$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!\,p!}$	$C_n^0 = C_n^n = 1$	$C_n^1 = C_n^{n-1} = n$	$C_n^p = C_n^{n-p}$

Formule de Pascal

Pour tout $n \in N^*$ *,et pour tout* $k \in [\![1, n]\!]$: $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$

Formule du binôme de Newton :

Soient $n \in N^*$ *et* $x, y \in R$: $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k y^{n-k}$

Nombre de parties

Le nombre de parties d'un ensemble E à n éléments avec $n \in N^*$ *est* 2^n