4ème année Maths	**Devoir de Contrôle N°1**	
Lycée secondaire	*Epreuve : **Mathématiques***	*Durée : **2heures***
*Année scolaire **2011/2012***	***AKIR ALI***	**http://maths-akir.midiblogs.com**

Exercice n°1

1°) Cocher la réponse exacte.

Soit pour tout $x \in [0,1[$, $f(x) = x$ et pour tout x de $\Re$: $f(x+1) = f(x)$

a- $f([2011,2012[)$ est :

☐ $[2011,2012[$; ☐ $[2010,2011[$; ☐ $[0,1[$

b- f est :

☐ *continue en 2011* ; ☐ *continue à droite de 2011* ; ☐ *continue à gauche de 2011*

c- Soit pour tout x de $\Re$: $h(x) = f(x^2)$ alors :

☐ pour tout x de $\Re$: $h(x) = h(x^2)$;

☐ pour tout x de $\Re$: $h(x+1) = h(x)$;

☐ pour tout $x \in [0,1[$: $h(x) = x^2$

2°) Tracer la courbe (ζ_h) représentation graphique de h sur $[0,2[$

3°)

a- L'équation $x^{11} + 11x - 22 = 0$ admet

☐ *une unique solution dans R*

☐ *deux solutions exactement dans R*

☐ *au moins solution dans R*

b- L'équation $x^4 + x^3 - x + 1 = 0$ admet :

☐ *une unique solution dans R*

☐ *deux solutions exactement dans R*

☐ *n'admet aucune solution dans R*

Exercice n°2

On considère la suite u définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in N$: $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 6}{u_n + 2}$

1°) Montrer que $u_{n+1} - 2$ et $u_n - 2$ sont de signes contraires.

2°) En déduire que : $\forall p \in N$, $u_{2p} \le 2 \le u_{2p+1}$.

3°) En déduire que si u est convergente, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 2$.

4°) Vérifier que : $\forall n \in N^*$, $u_n \ge 1$.

5°) (a) Montrer que : $\forall n \in N^*$, $|u_{n+1} - 2| \le \dfrac{1}{3}|u_n - 2|$

(b) En déduire que $\forall n \in N$, $|u_n - 2| \le \dfrac{1}{3^{n-1}}$ .Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

6°) Soient les suites définie sur N^* par $a_n = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n} u_{2k}$, $b_n = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n} u_{2k+1}$, $s_n = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n} u_k$

(a) Montrer que pour tout $k \in N$, on a : $2 - \dfrac{3}{9^k} \le u_{2k} \le 2$ et $2 \le u_{2k+1} \le 2 + \dfrac{1}{9^k}$

(b) En déduire : $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} b_n$

(c) Montrer que pour tout $n \in N^*$: $\begin{cases} s_{2n} = \dfrac{a_n + b_n}{2} - \dfrac{u_{2n+1}}{2n} \\ s_{2n+1} = \dfrac{n(a_n + b_n)}{2n+1} \end{cases}$

(d) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} s_n$

Exercice n°3

Le plan complexe $\wp$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par A le point d'affixe 1, doit F l'application de $\wp$ dans $\wp$ qui à tout point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ avec $z' = z^2 - 2z + 2$

1°)Déterminer l'ensemble K des points invariants par F.

2°)

a- Montrer que pour tout $z \in C - \{1\}$: $|z' - 1| = |z - 1|^2$ et $\arg(z' - 1) \equiv 2\arg(z - 1)[2\pi]$

b- En déduire que $(\vec{u}, \overrightarrow{AM'}) \equiv 2(\vec{u}, \overrightarrow{AM})[2\pi]$ et $AM' = AM^2$.

3°)

c- Déterminer l'image par F du cercle (C) de centre A et de rayon 2.

d- Déterminer l'image par F de la droite $\Delta : y = x - 1$

4°)

a- Déterminer l'ensemble E_1 des points $M(z)$ de $\wp$ tels que A , M et M' soient alignées.

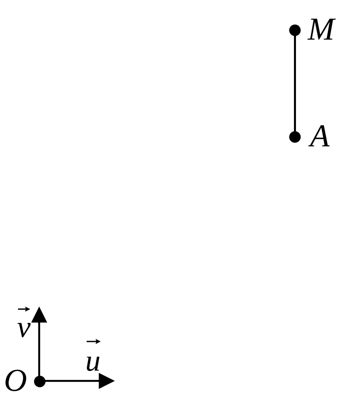
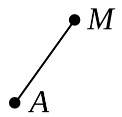
b- Déterminer l'ensemble E_2 des points $M(z)$ de $\wp$ tels que AMM' soit un triangle rectangle isocèle en A.

5°)Soit $\theta \equiv (\vec{u}, \overrightarrow{AM})[2\pi]$.

a- Montrer que : si $\theta \equiv \dfrac{\pi}{4}[\pi]$ alors pour tout point M de $\wp$, on a $M' \in D \cap \zeta_{(A, r = AM^2)}$ où D d'équation $x = 1$.

b- Montrer que : si $\theta \not\equiv \dfrac{\pi}{4}[\pi]$ alors pour tout point M de $\wp$, on a $M' \in \Delta_\theta \cap \zeta_{(A, r = AM^2)}$ où Δ_θ d'équation $y = \tan(2\theta)x - \tan(2\theta)$.

c- Construire alors le point M' pour $\theta \equiv \dfrac{\pi}{4}[\pi]$ et $\theta \not\equiv \dfrac{\pi}{4}[\pi]$.

Cas n°1 : $\theta \equiv \dfrac{\pi}{4}[\pi]$	Cas n°2 : $\theta \not\equiv \dfrac{\pi}{4}[\pi]$
	

Barème : 4 - 9 - 7 - (2 bonus)