

# MATH AKIR

## SEMAINE DU SUITE REELLE ORIGINAL (AKIR ALI)

### 7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

---

#### ♣ Exercice n°01

Soit  $n$  un entier naturel. On considère la fonction  $f_n$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f_n(x) = x^3 + nx - 1$

1. Montrer que l'équation  $f_n(x) = 0$  admet dans l'intervalle  $]0, 1[$  une solution unique  $U_n$

2. Calculer  $U_0$  et Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $f_{n+1}(x) = f_n(x) + x$  .

3. En déduire que la suite  $(U_n)$  est décroissante puis qu'elle est convergente.

4. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $\frac{U_1}{n+1} \leq U_n \leq \frac{1}{n}$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} nU_n$

5. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $\frac{n}{n+1} \leq \frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{n+3}{n+4}$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n}$

6. Soit pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $S_n = \frac{1}{n}(U_1 + U_2 + \dots + U_n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n U_k$  .

# MATH AKIR

## SEMAINE DU SUITE REELLE ORIGINAL (AKIR ALI)

### 7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

---

- a. Montrer que  $(S_n)$  est décroissante.
- b. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $S_{2n} \leq \frac{S_n + U_n}{2}$
- c. En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$