Fiche de cours $4^{ème}$ **sciences**

EXPONENTIELLE

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**

Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

Définition et propriétés

On appelle fonction exponentielle (noté e^x) la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien.

*)Pour tout réel x et pour tout réel y > 0, : $y = e^x \Leftrightarrow x = ln(y)$

*) Pour tout réel x, $ln(e^x) = x$

*) Pour tout réel x>0, $e^{ln(x)} = x$

*) Pour tout réel x : $e^x > 0$

*)Pour tout réel x : $\left(e^x\right)' = e^x$

Soit deux réels a et b

$e^{a+b} = e^a \times e^b$	$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$	$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$	Pour tout entier n : $e^{na} = \left(e^a\right)^n$
Pour tout entier $q \geq 2$: $e^{\frac{a}{q}} = \sqrt[q]{e^a}$		Pour tout entier $q \geq 2$, et tout entier p : $e^{\frac{p}{q}a} = \sqrt[q]{e^{pa}}$	

Les limites

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
$\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	$\forall m,n \in N^*$: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{nx}}{x^m} = +\infty$	$\forall m,n \in N^*$: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^m e^{nx} = 0$

Théorème : *Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I.*

*)La fonction $f : x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I et $f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$, $x \in I$

*)Les primitives sur I de la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$ sont les fonctions $x \mapsto e^{u(x)} + k$, $k \in R$.

Puissances : *Soit un réel a>0. Pour tout réel b, on pose* $a^b = e^{bln(a)}$

Propriétés

Pour tous nombres réels strictement positifs a et b et tous réels c et d :

$a^{c+d} = a^c \times a^d$	$\left(a^c\right)^d = a^{cd}$	$a^{c-d} = \frac{a^c}{a^d}$	$a^c \times b^c = (ab)^c$	$\frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c$

Définition et propriétés

Soit un réel a>0.

*)On appelle fonction exponentielle de base a la fonction $x \mapsto a^x$.

*)La fonction $x \mapsto a^x$ est dérivable sur R et sa fonction dérivée est la fonction $x \mapsto (ln\,a)a^x$

*)Si $a > 1$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x = 0$

*)Si $0 < a < 1$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x = +\infty$

Définition et propriétés

Soit r un rationnel .

*) On appelle fonction puissance r la fonction $x \mapsto x^r = e^{r\,ln(x)}$, x>0

*)Si r > 0 alors $\lim\limits_{x\to+\infty} x^r = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^r = 0$

*)Si r < 0 alors $\lim\limits_{x\to+\infty} x^r = 0$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^r = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x = +\infty$

*)La fonction $x \mapsto x^r$ est dérivable sur R_+^* et sa dérivé est la fonction $x \mapsto rx^{r-1}$

*)Soit r un rationnel différent de -1. les primitives sur R_+^* de la fonction $x \mapsto x^r$ sont les fonctions

$x \mapsto \frac{1}{r+1}x^{r+1} + k$, $k \in R$.

Théorème

Soit r un rationnel strictement positif.

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln\,x}{x^r} = 0$	$\lim\limits_{x\to 0^+} x^r\, ln\,x = 0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^r} = +\infty$