

EXERCICE N°1

Soit le tétraèdre ABCD

On considère les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Démontrer que les points B, E et F sont alignés.

EXERCICE N°2

Soit le tétraèdre

On considère les points G et H tels que : $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$

Exprimer \overrightarrow{AH} en fonction de \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AD} .

Que peut on en déduire pour les points A, C, D, G et H.

EXERCICE N°3

Dans un tétraèdre ABCD, les points K, L et M sont tels que :

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \quad ; \quad \overrightarrow{AL} = \frac{1}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} \quad ; \quad \overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

1°) Montrer que les points A, L et M sont alignés.

2°) Montrer que les droites (LK) et (MD) sont parallèles.

3°) En déduire (sans calculs) que les points A, L, M, D et K sont coplanaires.

4°) On considère le point N défini par : $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

Déterminer les réels α et β tels que : $\overrightarrow{AN} = \alpha\overrightarrow{AM} + \beta\overrightarrow{AD}$. Conclure.

EXERCICE N°4

On donne $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base de \mathcal{W} et $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de E qu'on note R.

1°) Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}_R$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}_R$, $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}_R$. \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} sont-ils coplanaires?

2°) Soient $\vec{e}_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_R$, $\vec{e}_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}_R$, $\vec{e}_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}_R$. Prouver que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de \mathcal{W} .

3°) Soit M(-2, 6, 5)_R. Déterminer les coordonnées de M dans le repère $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

4°) Soit A(-2, -1, 0)_R. Déterminer les coordonnées de M dans le repère $(A, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

5°) Trouver l'ensemble des valeurs de a pour lesquelles les trois vecteurs

$$\vec{f}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}_R, \vec{f}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_R, \vec{f}_3 \begin{pmatrix} a \\ 1-a \\ 2 \end{pmatrix}_R \text{ soient coplanaires.}$$

EXERCICE N°5

Dans l'espace E on considère un tétraèdre ABCD. On désigne par I, J, K, L, M et N les milieux respectifs de [AB], [CD], [BC], [DA], [BD] et [AC].

1°) Les vecteurs \overrightarrow{KM} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{CL} sont-ils coplanaires?

2°) Les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{NJ} sont-ils coplanaires?

3°) Démontrer que les segments [IJ], [KL] et [MN] ont le même milieu O.

4°) En déduire la relation : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$



5° Déterminer les coordonnées de chacun des points O et K dans le repère $R = (\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$.

EXERCICE N°6

Dans l'espace E , rapporté à un repère cartésien $R = (\vec{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 1, -2)$, $B(0, 2, 1)$, $C(-1, 2, 3)$ et $D(0, 3, 2)$.

1° Vérifier que les points A , B et C ne sont pas alignés. On désigne par P le plan (ABC) .

2° Montrer que le point D appartient au plan P .

3° Soit $F(1-a, a, a+1)$, où a est un paramètre réel.

Déterminer m pour que la droite (AF) soit contenue dans le plan P .

4° On considère les vecteurs : $\vec{e}_1 = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{e}_2 = \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\vec{e}_3 = \vec{i} + 2\vec{j}$

a) Montrer que $R' = (\vec{A}, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est un repère de E .

b) Déterminer les coordonnées du point B dans le repère R' .

<http://maths-akir.nidiblogs.com/>

