MATH AKIR

SEMAINE DES SUITES REELLES ORIGINAL (AKIR ALI)

7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

♣ Exercice n°04

On considère la suite U définie par $U_0 = 2$ et $\forall n \in N$: $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{1}{6 \times 2^n}$

1. Montrer que pour tout n de N : $U_n \geq 0$.
2. Montrer que U est décroissante.
3. En déduire que U est convergente et calculer sa limite.
4. Soit pour tout n de N : $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k$

   a. Montrer que pour tout n de N, $S_n = -3U_{n+1} + \frac{1}{2}U_n + \frac{7}{2}$.

   b. En déduire $\lim_{n \to +\infty} S_n$

SEMAINE DES SUITES REELLES ORIGINAL (AKIR ALI)

7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

5. *Soit pour tout n de N* : $V_n = nU_n$

   a. *Montrer que pour tout n de N*, $V_{2n} \leq 2(S_{2n} - S_n)$ *et* $V_{2n+1} \leq V_{2n} + U_{2n}$

   b. *En déduire* $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$

6. *Soit pour tout n de N** : $T_n = \sum_{k=1}^{n} k(U_k - U_{k+1})$

   c. *Montrer que pour tout n de N**, $T_n = S_n - 2 - nU_{n+1}$.

   d. *En déduire* $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$