

## Variations

1°) Soit  $f$  une fonction numérique d'une variable réelle, définie sur intervalle  $I$ .

\*) La fonction  $f$  est croissante sur  $I$  si pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $I$  tels que  $a \leq b$  :  $f(a) \leq f(b)$ .

(Autre définition : Si pour tous réels  $a$  et  $b$  distincts de  $I$  :  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \geq 0$  alors  $f$  est croissante sur  $I$ )

\*) La fonction  $f$  est décroissante sur  $I$  si pour tous réels  $a$  et  $b$  tels que  $a \leq b$  :  $f(a) \geq f(b)$ .

(Autre définition : Si pour tous réels  $a$  et  $b$  distincts de  $I$  :  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \leq 0$  alors  $f$  est décroissante sur  $I$ )

\*) La fonction  $f$  est constante sur  $I$  si pour tous réels  $a$  et  $b$  :  $f(a) = f(b)$ .

\*) La fonction  $f$  est dite monotone sur  $I$  lorsqu'elle est croissante sur  $I$  ou décroissante sur  $I$ .

2°) Soit  $f$  une fonction numérique d'une variable réelle, définie et positive sur intervalle  $I$ .

\*) Si  $f$  est croissante sur  $I$  alors  $\sqrt{f}$  est croissante sur  $I$

\*) Si  $f$  est décroissante sur  $I$  alors  $\sqrt{f}$  est décroissante sur  $I$

\*) Si  $f$  est majorée sur  $I$  alors  $\sqrt{f}$  est majorée sur  $I$ .

3°) Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions, définies sur un intervalle  $I$

\*) Si  $f$  est croissante sur  $I$  alors  $-f$  est décroissante sur  $I$

\*) Si  $f$  et  $g$  sont croissantes sur  $I$  alors  $f+g$  est croissante sur  $I$

\*) Si  $f$  et  $g$  sont décroissantes sur  $I$  alors  $f+g$  est décroissante sur  $I$

\*) Si  $f$  et  $g$  sont croissantes sur  $I$  alors  $fg$  est croissante sur  $I$

4°) Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions, définies sur un intervalle  $I$  tel que pour tout  $x$  de  $I$  :  $g(x) \neq 0$

\*) Si  $f$  est croissante sur  $I$  alors  $\frac{1}{g}$  est décroissante sur  $I$

\*) Si  $f$  est décroissante sur  $I$  alors  $\frac{1}{g}$  est décroissante sur  $I$

## Fonctions paires

$f$  est paire si et seulement si, pour tout  $x$  de  $D$  on a :  $(-x) \in D$  et  $f(-x) = f(x)$

## Fonctions impaires

$f$  est impaire si et seulement si, pour tout  $x$  de  $D$  on a :  $(-x) \in D$  et  $f(-x) = -f(x)$ .

## Fonctions périodiques

La fonction  $f$  est périodique s'il existe un réel  $a$  non nul tel que, pour tout  $x$  de  $D$  on a :  $(a+x) \in D$  et  $f(x+a) = f(x)$ .

## Maximum minimum

Soit  $f$  une fonction, définie sur une partie  $D$  de  $\mathbb{R}$  et  $x_0 \in D$ .

\*) Si pour tout  $s$  de  $D$ ,  $f(x) \leq f(x_0)$ , on dit que  $f$  admet un maximum absolu en  $x_0$

\*) Si pour tout  $s$  de  $D$ ,  $f(x) \geq f(x_0)$ , on dit que  $f$  admet un minimum absolu en  $x_0$

\*) S'il existe un intervalle  $I$  de  $D$  contenant  $x_0$  tel que pour tout  $x$  de  $I$ ,  $f(x) \leq f(x_0)$ , on dit que  $f$  admet un maximum local en  $x_0$ .

\*) S'il existe un intervalle  $I$  de  $D$  contenant  $x_0$  tel que pour tout  $x$  de  $I$ ,  $f(x) \geq f(x_0)$ , on dit que  $f$  admet un minimum local en  $x_0$ .

## Fonction affine par intervalles.

\*)  $f$  est une fonction affine par intervalles si son domaine de définition est réunion d'intervalles sur chacun desquels  $f(x)$  est de la forme  $ax + b$ .

\*) La représentation graphique d'une fonction affine par intervalles est une réunion de demi-droites ou de segments de droites.

