

EXERCICE N°1

Soit E l'ensemble des entiers n tels que $n \leq 1000$. Pour tout entier p , on note par $M(p)$ l'ensemble $M(p) = \{n \in E \text{ tel que } n \text{ est un multiple de } p\}$

- 1°) Calculer $\text{card } M(5)$, $\text{card } M(7)$, $\text{card } \overline{M(5)}$ et $\text{card } \overline{M(7)}$
- 2°) Définir l'ensemble $M(5) \cap M(7)$ et calculer $\text{card } M(5) \cap M(7)$
- 3°) Calculer le nombre d'éléments de E qui sont divisible soit par 5, soit par 7.
- 4°) Calculer le nombre d'éléments de E qui ne sont divisible ni par 5, ni par 7.
- 5°) Justifier pour quoi : $\text{card } M(2) \cap M(4) = \text{card } M(4)$

EXERCICE N°2

Dans un classe de 3^{ème} Maths de 30 élèves, il y a 17 élèves aiment le maths, 12 élèves aiment le physique et 10 élèves aiment le deux. On note par :

M : « Les élèves qui aiment le maths »

P : « Les élèves qui aiment le physique »

- 1°) Calculer les nombres des élèves qui aiment soit le maths, soit le physique.
- 2°) Calculer les nombres des élèves qui aiment le maths seulement.
- 3°) Calculer les nombres des élèves qui aiment le physique seulement.
- 4°) Calculer les nombres des élèves qui n'aiment, ni le maths, ni le physique.

EXERCICE N°3

Parmi les élèves de classe 3^{ème} Maths, 20 aiment le maths, 14 aiment le physique, 10 aiment l'anglais, 9 aiment le maths et le physique, 5 aiment le maths et l'anglais, 7 aiment le physique et l'anglais et 2 aime les trois. Combien y a-t-il donc d'élèves dans cette classe.

EXERCICE N°4

On appelle anagramme d'un mot, chacun des « mots », ayant un sens ou non, que l'on peut former avec lettres de ce mot placées à la suite les une des autres de toutes les façons possibles.

- 1°) Combien y a-t-il d'anagrammes du mots « Maths »
 - 2°) Combien y a-t-il d'anagrammes du mots « Mathématiques »
 - 3°) Combien y a-t-il d'anagrammes du mots « MATHEMATIQUES »
 - 4°) Combien peut-on former de mots de 4 lettres distincts a, k, i, r dans lesquelles les voyelles a et i ne sont pas voisines ?
 - 5°) On admet que le mot le plus long est "anticonstitutionnellement"
- Combien la langue française contient-elle au maximum de mots?

EXERCICE N°5

Partie 1

On veut former des nombres à cinq chiffres distinct avec les chiffres : 1,2,3,4,5

- a- Combien de nombre distincts peut-on ainsi former ?
- b- Combien de nombre distincts peut-on former tel que le chiffre des unités est 3
- c- Combien de nombre distincts peut-on former tel que le nombre soit pair.

Partie 2

Faire le même travail avec le chiffre : 0, 1, 2, 3, 4

Partie 3

On veut former des nombres à cinq chiffres distinct avec les chiffres : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

- a- Combien de nombres distincts peut-on ainsi former ?
- b- Dénombrer les cas passible si :
 - i- Le chiffre des unités est un nombre premier.
 - ii- Le nombre formé est pair.
 - iii- Le nombre formé comprend le chiffre 2.

Partie 4

On veut former des nombres à cinq chiffres avec les chiffres : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Faire le même travail de question partie 3

EXERCICE N°6

Une urne contient 49 boules numérotés de 1 à 49. On tire successivement 6 boules, sans remise.

- 1°) Combien y-a-t'il de tirages possibles ?
- 2°) Combien y-a-t'il de tirages qui contiennent 3 numéros pairs et 3 numéros impairs,
- 3°) Combien y-a-t'il de tirages qui contiennent au moins 5 numéros pairs ?



EXERCICE N°7

Un sac contient 9 jetons répartis comme suit : quatre jetons blancs marqués: 1, 1, 2, 6 et cinq jetons rouges marqués : 2, 2, 2, 3, 4

Partie I.

On tire simultanément 3 jetons du sac .

1°)Dénombrer les tirages possibles

2°)Dénombrer les tirages comprenant :

- a- Trois jetons rouges
- b- Au moins un jeton blanc
- c- 3 jetons dont la somme des numéros marqués est égale à 8 .
- d- Un jetons et un seul blanc et un jeton et un seul portant un numéro multiple de 3.
- e- Deux boules portant le n°1 et une seul boule portant le n°2.

Partie II.

On tire successivement sans remise 3 jetons du sac . Dénombrer les tirages dans chacun des cas suivants :

1°)Le premier jeton tiré porte le numéro 2.

2°)Obtenir un seul jeton marqué 2.

3°)Le premier jeton tiré est blanc et le deuxième jeton tiré est marqué 2.

Partie III.

Meme questions II, on tire successivement et avec remise 3 jetons du sac.

EXERCICE N°8

On considère les chiffres : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

1°)On veut constituer un nombre de 3 chiffres distincts.

- a) Combien de nombres distincts peut-on réaliser ?
- b) Combien de nombres pairs distincts peut-on réaliser ?

2°)A l'aide de ces chiffres , combien peut-on former de nombres de 3 chiffres écrits avec 2 chiffres distincts,l'un d'eux étant répète 2 fois .

3°) A l'aide de ces chiffres , combien peut-on former de nombres de 4 chiffres écrits avec 2 chiffres distincts.

EXERCICE N°9

Une urne contient douze boules :cinq blanches, quatre noires et trois verts. On tire maintenant successivement sans remise quatre boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant

1°)Exactement deux boules blanches.

6°)Exactement deux couleurs.

2°)Au moins une boule noire.

7°)La première boule blanche est la deuxième tirée.

3°)Au plus une boule blanche.

8°)La première boule tirée est blanche.

4°)Une seule couleur.

9°)La deuxième boule tirée est noire.

5°)Les trois couleurs.

10°)La troisième boule tirée est verte.

EXERCICE N°10

Une urne contient douze boules : sept rouges numérotées : 0,7,7,8,8,8,9 et cinq noires numérotées : 0,0,7,8,9.

1°)On tire simultanément cinq boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant :

- a) Des boules de même couleur.
- b) Des boules portant des numéros dont la somme est paire.

2°)On tire maintenant successivement sans remise quatre boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages où:

- a) Les quatre numéros sont obtenus.
- b) Une boule rouge portant un numéro pair apparaît pour la première fois au troisième tirage.
- c) Une boule rouge portant le numéro 7 apparaît pour la dernière fois au deuxième tirage.
- d) Si les quatre boules tirées sont posées par ordre du numéro du tirage en ligne et de gauche à droite de façon à former un nombre. Quelle est le nombre de tirages permettant de former:
 - i) Le nombre 80
 - ii) Un nombre de quatre chiffres.
 - iii) Le nombre 8008 où les couleurs sont alternées.

EXERCICE N°10 (le problème de Galilée)

Le duc de Toscane demanda un jour à Galilée : « pourquoi , lorsqu'on effectue trois lancers d'un dé, obtient-on plus souvent la somme 10 que la somme 9, bien que ces deux sommes soient obtenues chacune de six façons différentes :

$9=1+2+6=1+3+5=1+4+4=2+2+5=2+3+4=3+3+3$ et $10=1+3+6=1+4+5=2+2+6=2+4+4=2+3+5=3+3+4$? ».

la réponse que fit Galilée : « l'évènement : 'la somme est 9' est formé de 25 issues favorables et l'évènement : 'la somme est 10' est formé de 27 issues favorables .» Justifier la réponse de galilée.

EXERCICE N°12

On fait tourner 5 disques à 6 secteurs chacun numérotés de 1 à 6 pour obtenir un nombre à 5 chiffres

1°)Dénombrer tous les résultats possibles.

2°)Combien de nombres ne comprenant pas le chiffres 1 peut-on obtenir.



3°) Combien des nombres comprenant au moins 3 fois le chiffre 1 peut-on obtenir.

EXERCICE N°13

On jette 3 dés de couleurs différentes mais identiques, et on lit les faces supérieures de chaque dé.

1. Dénombrer tous les résultats possibles.
2. Dénombrer les résultats comportant un seul 4.
3. Dénombrer les résultats comportant exactement deux 4.
4. Dénombrer les résultats ne comportant aucun 4.
5. Dénombrer les résultats formés de trois chiffres différents.

EXERCICE N°14

Un groupe de 10 personnes comprend : cinq personnes de groupes sanguin A ; trois personnes de groupes sanguin B et deux personnes de groupes sanguin O.

Partie I.

On choisit au hasard 4 personnes. Dénombrer les possibilités comprenant :

- 1°) Exactement 2 personnes de groupe sanguin B .
- 2°) Au moins 2 personnes de groupes sanguin B .
- 3°) Au plus une personne de groupe sanguin O .
- 4°) Les trois types de groupes sanguins.

Partie II.

Les dix personnes sont malades . On dispose de trois médecines X , Y et Z .

Chaque malade appelle au hasard un médecin et un seul .

- 1°) Dénombrer tous les cas possibles.
- 2°) Parmi les 10 personnes il y a 3 frères .

Dénombrer les possibilités dans chacun des cas suivants :

- a- Les 3 frères appellent le même médecin
 - b- Les 3 frères appellent des médecin deux à deux différents.
- 3°) Dénombrer les possibilités dans chacun des cas suivants :
 - a- Le médecin X reçoit exactement 4 appels
 - b- Les 10 malades appellent le même médecin .
 - c- Les 3 médecins sont appelés.

EXERCICE N°15

Une classe de 10 garçons et 8 filles décide de monter une pièce de théâtre comprenant 3 rôles masculins et deux rôles féminins.

- 1°) On choisit au hasard 3 garçons et deux filles pour former une troupe.
 - a) Combien y a t il de troupes possible?.
 - b) Une fois cette troupe choisie, de combien de façons peut-on distribuer les rôles(ceci sera appelé distributions).
- 2°) Zakaria et Yasamine font partie de la classe.
 - a) Quel est le nombre de distributions où Yasamine joue dans la pièce?
 - b) Quel est le nombre de distributions où Zakaria et Yasamine jouent ensemble?
 - c) Quel est le nombre de distributions où ni Zakaria ni Yasamine ne jouent dans le pièce?

EXERCICE N°16

On dispose de cinq casiers numérotés : 1 , 2 , 3 , 4 et 5 et de trois boules portant les lettres a , b et c . On range les trois boules dans les cinq casiers. Chaque boule va dans un casier et chaque casier peut contenir aucune boule, une boule ,ou plusieurs boules.

- 1°) Combien y a-t-il de rangements possibles?
- 2°) Combien y a-t-il de rangements pour lesquels chaque casier contient au plus une boule?.
- 3°) Combien y a-t-il de rangements pour lesquels le casier n°1 contient 2 boules et le casier n°2 une ?
- 4°) Combien y a-t-il de rangements pour lesquels le casier n°1 ne contient aucune boules ?
- 5°) Dans cette question on suppose que chaque casier ne peut contenir plus d'une boule.
 - a) Combien y a-t-il de rangements possibles?
 - b) Combien y a-t-il de rangements pour lesquels le casier n°1 est vide?

EXERCICE N°17

Un sac contient n boules noires et b boules blanches.

On tire simultanément p boules du sac avec $p \leq b \leq n$, les tirages ont supposées équiprobables.

- 1°) Dénombrer les tirages comportant zéro boules noires , une boules noire , 2 boules noires , 3 boules noires, , p boules noires.
- 2°) En déduire que : $C_n^0 C_b^p + C_n^1 C_b^{p-1} + C_n^2 C_b^{p-2} + \dots + C_n^p C_b^0 = C_{n+b}^p$



EXERCICE N°18

1°) A l'aide de formule du binôme, démontrer que : $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$

2°) Calculer de même : $o_n = C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n$.

3°) Calculer en fonction de n : $s_n = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$ et $t_n = 2C_n^2 + 6C_n^3 + \dots + n(n-1)C_n^n$.

4°) En déduire en fonction de n la valeur de $z_n = C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + n^2 C_n^n$

EXERCICE N°19

Démontrer les relations suivantes :

1°) $C_{p+1}^q = C_p^q + C_{p-1}^{q-1} + \dots + C_{p-q}^0$ où $0 \leq q \leq p$

2°) $C_{n+1}^{p+1} = C_p^p + C_{p+1}^p + \dots + C_n^p$ où $0 \leq p \leq n$



<http://maths-akir.nidiblogs.com/>