Fiche de cours $3^{ème}$ *Maths*

FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**

Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

Fonctions périodiques

Soit f une fonction définie sur une partie D de R

**)On dit que f est périodique si et seulement s'il existe un réel non nul t tel que*

Pour tout $x \in D\ ;\ x+t \in D$ *et* $f(x+t) = f(x)$

t est dite une période pour f.

Le plus petit réel t strictement positif qui est une période pour f est dit la période de f. On la note en général T.

**)Soit g le restriction de f à* $[a, a+T]$*, la courbe représentative de f se déduit à partir de celle de g par des translations de vecteurs* $kT\vec{i}$ *avec* $k \in Z$*.*

****)Domaine d'étude***

*-Pour étudier les variations d'une fonction **paire** ou **impaire** définie sur D, il suffit de l'étudier sur l'un des ensembles :* $D_+ = D \cap R_+$ *ou* $D_- = D \cap R_-$

*-Pour étudier les variations d'une fonction **de centre de symétrie I(a,b)** ou **d'axe de symétrie x = a** définie sur D, il suffit de l'étudier sur l'un des ensembles :* $D_+ = D \cap [a, +\infty[$ *ou* $D_- = D \cap]-\infty, a]$

*-Pour étudier les variations d'une fonction **t-périodique** définie sur D, il suffit de l'étudier sur l'un des ensembles :* $D_k = I_k \cap D$ *où* $a \in R$ *,* $k \in Z$ *et* $I_k = [a+kt, a+(k+1)t[$ *et on a* $D = \bigcup_{k \in Z} D_k$

Exemple : *Soit f une fonction définie sur* $[-10, 10]$*, paire et de période 2.*

Déterminer un domaine d'étude D_E *de f.*

On a : f est paire alors $D'_E = [-10, 10] \cap [0, +\infty[= [0, 10]$ *et du plus on a f 2-périodique alors* $D_E = [0, 2[$

Limites remarquables $(a \in R)$

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x} = 0$	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$
$\lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{x} = a$	$\lim_{x\to 0} \frac{\tan ax}{x} = a$	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos ax}{x} = 0$	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos ax}{x^2} = \frac{a^2}{2}$

Dérivés – période $(a \in R^*, b \in R)$

Fonction	***Dérivés***	***Période***
$x \mapsto \sin x$	$\forall x \in R\ ,\ (\sin x)' = \cos x$	$T = 2\pi$
$x \mapsto \cos x$	$\forall x \in R\ ,\ (\cos x)' = -\sin x$	$T = 2\pi$
$x \mapsto \tan x$	$\forall x \in R - \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right\}$, $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$	$T = \pi$
$x \mapsto \sin(ax+b)$	$\forall x \in R$, $(\sin(ax+b))' = a\cos(ax+b)$	$T = \frac{2\pi}{\lvert a \rvert}$
$x \mapsto \cos(ax+b)$	$\forall x \in R$, $(\cos(ax+b))' = a\sin(ax+b)$	$T = \frac{2\pi}{\lvert a \rvert}$
$x \mapsto \tan(ax+b)$	$\forall (ax+b) \in R - \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right\}$, $(\tan(ax+b))' = a(1 + \tan^2(ax+b))$	$T = \frac{\pi}{\lvert a \rvert}$