Soit $A(x_0, y_0, z_0)$, $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

Droite:

L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ soient colinéaires est une droite, appelé droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

$D(A,\vec{u}) = \{M \in \wp / \quad \exists \alpha \in R, \quad \overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u}\}$

Représentation paramétrique : $D(A,\vec{u}) : \begin{cases} x = x_0 + \lambda a \\ y = y_0 + \lambda b \;\; ; \; \lambda \in R \\ z = z_0 + \lambda c \end{cases}$

Plan:

Dans le cas où $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires:

L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}$ soit combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, est un plan, appelé plan passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$P(A,\vec{u},\vec{v}) = \{M \in \xi / \quad \exists \alpha, \beta \in R, \quad \overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}\}$

Représentation paramétrique : $P(A,\vec{u},\vec{v}) : \begin{cases} x = x_0 + \lambda a + \beta a' \\ y = y_0 + \lambda b + \beta b' \;\; ; \; \lambda \in R \\ z = z_0 + \lambda c + \beta c' \end{cases}$

Equation cartésienne d'un plan

$P : ax + by + cz + d = 0$ avec $(a,b,c) \neq (0,0,0)$

*)Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est le vecteur normale à P.

*)Le vecteur $\vec{x}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ est un vecteur de P si et seulement si $a\alpha + b\beta + c\gamma = 0$

Position relatives

Soit $D(A,\vec{u})$, $D'(A',\vec{u'})$, $P : ax + by + cz + d = 0$ et $P' : a'x + b'y + c'z + d' = 0$

Leur vecteurs normaux $\vec{n}$ et $\vec{n'}$

*) $D \perp D'$ si et seulement si $\vec{u} \perp \vec{u'}$

*) $D // D'$ si et seulement si $\vec{u} // \vec{u'}$

*) $P \perp P'$ si et seulement si $\vec{n} \perp \vec{n'}$

*) $P // P'$ si et seulement si $\vec{n} // \vec{u}$

*) $P \perp D$ si et seulement si $\vec{n} \perp \vec{n'}$

*) $P // D$ si et seulement si $\vec{n} \perp \vec{u}$

Distance de A à P : $d(A,P) = \dfrac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

La sphère

Etant donnés un point I de ξ et un réel R strictement positif. On appelle sphère de centre I et de rayon R, et on note $\zeta_{(I,R)}$ l'ensemble des points M de ξ tels que : IM = R.

Autre définition : Soit la sphère ζ de diamètre [AB]. $M \in \zeta \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}$

Equation cartésienne d'un sphère : $\zeta_{(I(a,b,c),R)} : (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Réciproquement :

Soit $E = \{M(x,y,z) \in \xi \ / \quad x^2 + y^2 + z^2 + \alpha x + \beta y + \gamma z + d = 0\}$

On pose $h = \dfrac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{4} - d$

Si $h<0$ *alors* $E = \phi$	*Si* $h = 0$ *alors* $E = \left\{ I(\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}, \frac{\gamma}{2}) \right\}$	*Si* $h>0$ *alors* $E = \zeta_{(I,\sqrt{h})}$

Intersection d'une sphère et d'un plan.

Soit ζ *une sphère de centre I et de rayon R. Soient P un plan , H le projeté orthogonal de I sur P et* $d = (I,P)$.

Si $d > R$ *alors* $P \cap \zeta = \emptyset$, *on dit que P et* ζ *sont extérieurs.*

Si $d = R$ *alors* $P \cap \zeta = \{H\}$, *on dit que P et* ζ *sont tangents.*

Si $0 < d < R$ *alors* $P \cap \zeta$ *est le cercle de P de centre H et de rayon* $\sqrt{R^2 - d^2}$ *, on dit que P et* ζ *sont sécants.*