

EXERCICE N°1

Déterminer l'entier qui figure dans la 2009^{ème} position de la suite infinie suivante :

- 1°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
2°) 4, 3, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
3°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
4°) 4, 3, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
5°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
6°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
7°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
8°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
9°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
10°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
11°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
12°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
13°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
14°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
15°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
16°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
17°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
18°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
19°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
20°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
21°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
22°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
23°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
24°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
25°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
26°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
27°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
28°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
29°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
30°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
31°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
32°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
33°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
34°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
35°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
36°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
37°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
38°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
39°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
40°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
41°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
42°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
43°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
44°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
45°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
46°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
47°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
48°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
49°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
50°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
51°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
52°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
53°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
54°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
55°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
56°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
57°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
58°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
59°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
60°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
61°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
62°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
63°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
64°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
65°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
66°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
67°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
68°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
69°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
70°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
71°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
72°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
73°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
74°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
75°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
76°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
77°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
78°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
79°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
80°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
81°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
82°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
83°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
84°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
85°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
86°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
87°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
88°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
89°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
90°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
91°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
92°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
93°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
94°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
95°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
96°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
97°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
98°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
99°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,
100°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1,

EXERCICE N°2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme U_0 .

- 1°) Calculer u_{10} sachant que : $u_0 = 2$ et $r = 2$.
2°) Calculer u_0 sachant que : $u_5 = 10$ et $r = 2$.
3°) Calculer r sachant que : $u_2 = 1$ et $u_4 = 8$.
4°) Calculer u_0 et r sachant que : $u_7 = 45$ et $u_{10} + u_{11} = 132$

EXERCICE N°3

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3} \cdot u_n + \sqrt{3}^{n+1} \end{cases}$

- 1°) Calculer u_1, u_2 et u_3 .
2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = \frac{u_n}{\sqrt{3}^n}$.

Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

- 3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n - 3} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel n : $u_n \neq 3$ et $u_n \neq 2$)

- 1°) Calculer u_1, u_2 et u_3 . u est-elle une suite arithmétique ?
2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = \frac{1 - u_n}{u_n - 2}$.

Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

- 3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°5

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 1 + 2n + u_n \end{cases}$

- 1°) Calculer u_1, u_2 et u_3 . u est-elle une suite arithmétique ?
2°) Exprimer u_n en fonction de n .

EXERCICE N°6

Soit (u_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N}^* par : $u : \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel n : $u_n \geq 0$)

- 1°) Calculer u_2, u_3 et u_4 . u est-elle une suite arithmétique ?
2°) On pose, pour tout entier naturel n non nul : $v_n = u_n^2$

Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

- 3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°7

1°) Calculer les sommes suivantes :

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2007$
 $T = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2006$

2°) En déduire la valeur de la somme :

$F = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 2006 + 2007$



EXERCICE N°8

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + n + \frac{5}{2} \end{cases}$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison .

EXERCICE N°9

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de q et de premier terme u_0 .

1°) Calculer u_{10} sachant que : $u_0 = 1$ et $q = -2$.

2°) Calculer u_0 sachant que : $u_5 = 2$ et $q = 8$.

3°) Calculer q sachant que : $u_2 = 7$ et $u_4 = 2$.

EXERCICE N°10

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 5.u_n + 8 \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 et u_3 . u est-elle une suite géométrique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n + 2$

Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°11

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4.u_n + 9 \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 et u_3 . u est-elle une suite géométrique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a$, où a est un réel. Déterminer le réel a pour que (v_n) soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

4°) Calculer en fonction de n :

$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ et $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

EXERCICE N°12

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_1 = 3/4 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel n , non nul : $u_n \neq 0$ et $u_n \neq 1$)

1°) Calculer u_2 , u_3 et u_4 . u est-elle une suite géométrique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel n non nul : $v_n = \frac{1 - 2.u_n}{u_n - 1}$.

Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

4°) Calculer en fonction de n : $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$

EXERCICE N°13

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ 3.u_{n+1} = 2.u_n + 7.3^n \end{cases}$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

EXERCICE N°14

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3.u_n + n \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 et u_3 . u est-elle une suite géométrique, arithmétique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a.n + b$, où a , b deux réels .

Déterminer les réels a et b pour que (v_n) soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

4°) Calculer en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ et $T_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.



EXERCICE N°15

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 4 & u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{u_n + u_{n+1}}{2} \end{cases}$

1°) Calculer u_2 , u_3 et u_4 . u est-elle une suite géométrique, arithmétique ?

2°) Montrer que pour tout entier n : on a : $u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} + 3$

3°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a$, où a est un réel.

Déterminer le réel a pour que (v_n) soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°16

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = u_1 = 0 \\ u_{n+2} = u_n + 1 \end{cases}$

1°) u est-elle une suite arithmétique ?

2°) $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle une suite arithmétique ?

$(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle une suite arithmétique ?

3°) Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$.

4°) Montrer que pour tout entier n : on a : $u_{n+1} = -u_n + n$

5°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a.n + b$, où a , b deux réels.

Déterminer les réels a et b pour que (v_n) soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

6°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°17

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $u : \begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 5}{u_n - 1} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel n , non nul : $u_n \neq 1$)

1°) Calculer u_1 , u_2 et u_3 . u est-elle une suite géométrique, arithmétique ?

2°) Montrer que pour tout entier n : on a : $u_{n+2} = u_n$

3°) Montrer que, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} + u_n = 9$

4°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_{n+1} - u_n$

Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

5°) Exprimer alors v_n puis u_n en fonction de n .

EXERCICE N°18

Soit n un entier naturel. On note par :

i_n : le nombre des entiers naturels impairs compris entre 0 et n .

p_n : le nombre des entiers naturels pairs compris entre 0 et n .

1°) Calculer i_0 , p_0 , i_1 , p_1 , i_2 et p_2

2°) Expliquer pourquoi : $\forall n \in \mathbb{N} \quad i_{n+2} = i_n + 1$.

3°) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad i_{n+1} = i_n + n$.

4°) Soit V la suite réelle définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = (-1)^n \cdot i_n$

(a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_{n+1} - v_n = a_n$ où $a_n = n(-1)^{n+1}$.

(b) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_{n+1} + a_n = (-1)^n$.

(c) Soit, pour tout n entier naturel : $s_n = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Montrer que : $s_n = \frac{1+(-1)^n}{4} - \frac{1}{2} a_{n+1}$.

(d) En déduire v_n puis i_n en fonction de n .

5°) En déduire p_n en fonction de n .

6°) En déduire le nombre des entiers naturels impairs (respectivement pairs) compris entre p et q . où p et q deux entiers naturels ($p \leq q$).

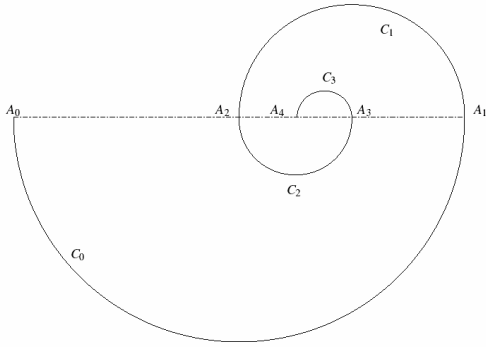
EXERCICE N°19

Un paysagiste doit créer dans un jardin une spirale plantée de petits arbustes.

Il veut connaître la longueur de cette spirale pour évaluer le nombre d'arbustes à planter.

Voici le schéma qu'il dresse :





Cette spirale est constituée de demi-cercles construits de la manière suivante :

- le diamètre $[A_0A_1]$ du demi-cercle C_0 a pour milieu A_2 ;
 - le diamètre $[A_1A_2]$ du demi-cercle C_1 a pour milieu A_3 ;
- Ainsi de suite on construit les demi-cercles C_n (n est un entier naturel).
L'unité de longueur est le mètre. On donne $A_0A_1 = 100$.

1. On note l_n la longueur du demi-cercle C_n . (l'unité est le mètre).

(a) Calculer l_0, l_1, l_2 et l_3 .

(b) Exprimer l_{n+1} en fonction de l_n . Indiquer la nature de la suite (l_n) en précisant sa raison.

(c) Montrer que, pour tout entier n , $l_n = 50 \pi \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

2. Le paysagiste décide de ne tracer que les huit demi-cercles $C_0, C_1, C_2, \dots, C_7$. On appelle L la longueur de la spirale obtenue avec ces huit demi-cercles.

(a) Calculer $L = l_0 + l_1 + l_2 + \dots + l_7$. Donner l'arrondi à 10^{-1} de L .

(b) Sachant que le paysagiste doit planter un arbuste tous les cinquante centimètres à partir de A_0 , en déduire le nombre d'arbustes à planter.

EXERCICE N°20

Ali et Samir comparent leurs salaires. Elles débutent chacune avec un salaire de 1 500 dinars

Chaque mois, à partir du deuxième mois :

*)Le salaire d'Ali augmente de 8 dinars

*)Le salaire de Samir augmente de 0,2% et on y ajoute 4 dinars. Pour tout entier naturel n , on désigne par a_n le salaire mensuel en dinars

que perçoit Alice à la fin du $(n+1)$ -ième mois, et par c_n celui perçu par Carole.

Ainsi : $a_0 = c_0 = 1500$; a_1 et c_1 représentent les salaires perçus à la fin du deuxième mois.

1°) Calculer a_1 et c_1, a_2 et c_2 .

2°) a) Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n . Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

b) En déduire, pour tout entier naturel n , l'expression de a_n en fonction de n .

3°) a) Justifier que, pour tout entier naturel n :

$$c_{n+1} = 1,002c_n + 4.$$

b) On considère la suite (v_n) telle que, pour tout entier naturel n , $v_n = c_n + 2000$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,002.

Calculer v_0 et, pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .

En déduire que : $c_n = 3500 \cdot (1,002)^n - 2000$.

4°) Calculer, puis comparer les salaires annuels d'Ali et Samir ont perçus au cours de leur première année de travail.

