

### EXERCICE N°1

Déterminer deux nombres entiers naturels  $x$  et  $y$ , connaissant leur somme  $s = 565$  et sachant que la division euclidienne de  $x$  par  $y$  donne pour quotient  $q = 21$  et pour reste  $r = 15$ .

### EXERCICE N°2

Déterminer un nombre de deux chiffres sachant que la somme des ses chiffres est égale à 12 et que le nombre diminue de 18 quand on permute ses deux chiffres.

### EXERCICE N°3

Déterminer un nombre  $N$  de trois chiffres sachant que :

(\*)Le chiffre des dizaines est double de celui des unités.

(\*)La somme des trois chiffres est 11

(\*)en retranche de  $N$  le nombre  $N'$ , obtenu en échangeant dans  $N$  le chiffres des centaines et celui des unités, on trouve 297.

### EXERCICE N°4

Trouver trois nombres entiers naturels dont la somme est 70, sachant que la division du second par le premier donne 2 pour quotient et 1 pour reste, et que la division du troisième par le second donne 3 pour quotient et 3 pour reste.

### EXERCICE N°5

Soit  $N = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20 \times 21$

1°) Vérifier que  $N+2$  est divisible par 2 et que  $N+3$  est divisible par 3.

2°) Montrer que  $N+p$  est divisible par  $p$ , où  $p$  est un entier naturel compris entre 2 et 21.

3°) En déduire que 20 entiers naturels consécutifs et non premiers.

### EXERCICE N°6

1°) Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est divisible par 2.

2°) Montrer que si on retranche 1 du carré d'un entier naturel impair, on obtient un nombre divisible par 8.

### EXERCICE N°7

1°) Montrer que le produit de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3.

2°) En déduire que l'entier  $N$  est un multiple de 3 avec  $N = (1234567891)^3 - 1234567891$

### EXERCICE N°8

Par combien de zéro se termine le produit  $P = 100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

### EXERCICE N°9

Soient  $x$ ,  $y$  et  $z$  trois entiers naturels tels que :  $x^2 + y^2 = z^2$

Montrer que l'un au moins de ces trois entiers est multiple de 3.

### EXERCICE N°10

L'entier  $n = x1527y$  à 6 chiffres. On sait que  $n$  est multiple de 4 et que si on divise  $n$  par 11, le reste est égal à 5.

Trouver  $n$  ?

### EXERCICE N°11

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  étant des chiffres.

Soient  $x$  et  $y$  les entiers :  $x = \overline{abcd}$  et  $y = \overline{dcba}$

Montrer que  $x + y$  est divisible par 11.

### EXERCICE N°12

Soit  $x = 2n - 1$  et  $y = 9n + 4$  où  $n$  est un entier naturel non nul.

Montrer que si un entier naturel  $a$  divise  $x$  et divise  $y$ , alors  $a = 1$  ou  $a = 17$

### EXERCICE N°13

Soit  $x = 8n + 3$  et  $y = 5n + 2$ , où  $n$  est un entier naturel.

Montrer que  $x$  et  $y$  sont premiers entre eux.

### EXERCICE N°14

1°) Déterminer le nombre de diviseurs de 648.

2°) Soit  $n = 3^a \cdot 5^b$  ; où  $a$  et  $b$  deux entiers naturels.

Déterminer le nombre de diviseurs de  $n$ .

### EXERCICE N°15

$N = 2^{12} \times 5^8$ , Déterminer le nombre de chiffres de  $N$ .

### EXERCICE N°16

Combien y a-t-il de nombres de la forme  $\overline{abba}$ , divisible par 9 ?



## EXERCICE N°17

Combien y a-t-il de nombres de la forme  $\overline{Tab}$ , dont l'un des chiffres est la moyenne des deux l'autres ?

## EXERCICE N°18

Soit  $n$  un entier naturel et soit  $q$  et  $r$  le quotient et le reste de la division euclidienne de  $n$  par 10. Montrer que :

1°)  $n$  est divisible par 13 si et seulement si  $q + 4r$  est divisible par 13 .

2°)  $n$  est divisible par 19 si et seulement si  $q + 2r$  est divisible par 19 .

3°)  $n$  est divisible par 23 si et seulement si  $q + 7r$  est divisible par 23 .

## EXERCICE N°19

Déterminer tous les couples  $(a, b)$  d'entiers naturels vérifiant :  $ab = 700$  et  $\text{pgcd}(a, b) = 5$

## EXERCICE N°20

1°) Soient  $m$  et  $n$  deux entiers naturels .

Montrer que : si  $m$  divise  $2007m + n$  alors  $m$  divise  $n$  .

2°) Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  :  $x + y + 2006 = xy$

## EXERCICE N°21

Soit  $P$  le polynôme défini par :  $P(x) = 5x^3 + 2x^2 - 8x + 9$

Soient  $m$  et  $n$  deux entiers naturels . Montrer que  $|m - n|$  divise  $|P(m) - P(n)|$

## EXERCICE N°22

Démontrer que si un entier  $\overline{xyz}$  est divisible par 27 alors l'entier  $\overline{yzx}$  est divisible par 27.

## EXERCICE N°23

1°) Montrer que pour tout  $(x, n) \in \mathbb{R} \times \mathbb{N}$  :  $(x - 1)(1 + x + x^2 + \dots + x^n) = x^{n+1} - 1$

2°) Soit  $(m, n) \in \mathbb{N}^{*2}$  avec  $m > n$  .

Soit  $r$  le reste de la division euclidienne de  $m$  par  $n$  .

Montrer que  $(a^r - 1)$  est le reste de la division euclidienne de  $(a^m - 1)$  par  $(a^n - 1)$

## EXERCICE N°24

On effectue la division euclidienne d'un nombre à trois chiffres par la somme des ses chiffres.

Le quotient obtenu est 10.

Quel est le dividende ?

## EXERCICE N°25

En multipliant un entier naturel de quatre chiffres  $n = \overline{abcd}$  par 9 on obtient l'entier  $n' = \overline{dcba}$  .

Trouver l'entier  $n$ .

