Limite infinie en ∞

****Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a,+\infty[$*

*) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *signifie, pour tout nombre* $A>0$ *, il existe un nombre* $B>0$ *tel que si* $(x\geq a \text{ et } x>B)$ *alors* $f(x)>A$

*) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ *signifie, pour tout nombre* $A<0$ *, il existe un nombre* $B>0$ *tel que si* $(x\geq a \text{ et } x>B)$ *alors* $f(x)<A$

****Soit f une fonction définie sur un intervalle $]-\infty,a]$*

*) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ *signifie, pour tout nombre* $A>0$ *, il existe un nombre* $B<0$ *tel que si* $(x\leq a \text{ et } x<B)$ *alors* $f(x)>A$

*) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ *signifie, pour tout nombre* $A<0$ *, il existe un nombre* $B<0$ *tel que si* $(x\leq a \text{ et } x<B)$ *alors* $f(x)<A$

Limite finie en ∞

****Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a,+\infty[$*

*) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\ell$ *, signifie pour tout nombre* $\beta>0$ *, il existe un nombre* $B>0$ *tel que si* $(x\geq a \text{ et } x>B)$ *alors* $|f(x)-\ell|<\beta$

****Soit f une fonction définie sur un intervalle $]-\infty,a]$*

*) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\ell$ *, signifie pour tout nombre* $\beta>0$ *, il existe un nombre* $B<0$ *tel que si* $(x\leq a \text{ et } x<B)$ *alors* $|f(x)-\ell|<\beta$

Limite finie en un réel.

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I , sauf en un réel x_0 *de I.*

*) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ *, signifie, pour tout nombre* $A>0$ *, il existe un nombre* $\alpha>0$ *tel que si* $(x\in I, \text{ et } |x-x_0<\alpha|)$ *alors* $f(x)>A$

*) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$ *, signifie, pour tout nombre* $A<0$ *, il existe un nombre* $\alpha>0$ *tel que si* $(x\in I, \text{ et } |x-x_0<\alpha|)$ *alors* $f(x)<A$

*) $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$ *, signifie, pour tout nombre* $A>0$ *, il existe un nombre* $\alpha>0$ *tel que si* $(x\in I \text{ et } 0<x-x_0<\alpha)$ *alors* $f(x)>A$

*) $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty$ *, signifie, pour tout nombre* $A>0$ *, il existe un nombre* $\alpha>0$ *tel que si* $(x\in I \text{ et } 0<x_0-x<\alpha)$ *alors* $f(x)>A$

*) $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$ *, signifie, pour tout nombre* $A<0$ *, il existe un nombre* $\alpha>0$ *tel que si* $(x\in I \text{ et } 0<x-x_0<\alpha)$ *alors* $f(x)<A$

*) $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty$ *, signifie, pour tout nombre* $A<0$ *, il existe un nombre* $\alpha>0$ *tel que si* $(x\in I \text{ et } 0<x_0-x<\alpha)$ *alors* $f(x)<A$

Conséquences

*)Si $\lim\limits_{+\infty} f=+\infty$ *alors il existe un réel* $B>0$ *tel que, pour tout* $x>B$ *,* $f(x)>0$

*)Si $\lim\limits_{+\infty} f=-\infty$ *alors il existe un réel* $B>0$ *tel que, pour tout* $x>B$ *,* $f(x)<0$

*)Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ *alors il existe un réel* $B<0$ *tel que, pour tout* $x<B$ *,* $f(x)>0$

*)Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ *alors il existe un réel* $B<0$ *tel que, pour tout* $x<B$ *,* $f(x)<0$

Limites

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x-a} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{a-x} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x-a}} = 0$	$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{\sqrt{a-x}} = 0$
$\lim\limits_{x\to+\infty} (x-a)^n = +\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} (x-a)^{2n} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} (x-a)^{2n+1} = -\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(x-a)^n} = 0$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{(x-a)^n} = 0$	$\lim\limits_{x\to a} \dfrac{1}{(x-a)^{2n}} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to a^+} \dfrac{1}{(x-a)^{2n+1}} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to a^-} \dfrac{1}{(x-a)^{2n+1}} = -\infty$

LIMITES

Soient P et Q deux fonctions polynôme de degré n et m et du monôme de plus haut degré $a_n x^n$ *et* $b_n x^m$ *respectivement alors*

$$\lim_{x\to+\infty} P(x) = \lim_{x\to+\infty} a_n x^n \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} P(x) = \lim_{x\to-\infty} a_n x^n \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m} \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$$

Exemple : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^3 - 2x^4 + x - 1}{x^2 + 5x - 1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-2x^4}{x^2} = \lim\limits_{x\to-\infty} -2x^2 = -\infty$

Asymptotes

Asymptote horizontale

Si : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = b$ *ou* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = b$ *alors la droite* Δ *: y = b est une asymptote à la courbe C*

Asymptote verticale

Si : $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = -\infty$ *ou* $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = +\infty$ *ou* Δ $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = +\infty$ *ou* $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = -\infty$ *alors la droite* Δ *:x = a est une asymptote à la courbe C*

Asymptote oblique

Si : $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - ax - b) = 0$ *ou* $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x) - ax - b) = 0$ *alors la droite* Δ *: y = ax+b est une asymptote oblique à la courbe C*