

Définition :

On appelle fonction polynôme du second degré (ou trinôme), la fonction f définie sur R par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

L'expressions $ax^2 + bx + c$ est appelée trinôme du second degré.

Forme canonique

On appelle forme canonique du trinôme $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$, l'écriture sous la forme :

$$a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \text{ où } \Delta = b^2 - 4ac$$

Δ est appelé le discriminant de $ax^2 + bx + c$

Factorisation du trinôme

Si $\Delta < 0$ alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ n'est pas factorisable dans R	Si $\Delta = 0$, alors $ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$	Si $\Delta > 0$ alors $ax^2 + bx + c = a \left(x - \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right)$
---	--	--

Equations du second degré

Définition

On appelle racine du trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) toute solution, quand elle existe de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Résolution de l'équation $f(x) = 0$

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \text{ avec } \Delta = b^2 - 4ac$$

	Racine de $f(x) = 0$	Factorisation	Signe de $f(x)$																
$\Delta < 0$	n'est pas de solutions dans R	On ne peut pas factoriser	Pour tout x de R , $f(x)$ est du signe de a .																
$\Delta = 0$	une racine double $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$f(x) = a(x - x_1)^2$	Pour tout réel $x \neq x_1$, $f(x)$ est du signe de a .																
$\Delta > 0$	a deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	<table border="1" style="font-size: small;"> <tr> <td colspan="5">Supposons $x_1 < x_2$</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$ax^2 + bx + c$</td> <td>Signe de a</td> <td>0</td> <td>Signe de a</td> <td>0</td> <td>Signe de a</td> </tr> </table>	Supposons $x_1 < x_2$					x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$ax^2 + bx + c$	Signe de a	0	Signe de a	0	Signe de a
Supposons $x_1 < x_2$																			
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$															
$ax^2 + bx + c$	Signe de a	0	Signe de a	0	Signe de a														

Discriminant réduit

Soit $\Delta' = b'^2 - ac$ avec $2b' = b$, on a alors :

$$\Delta = 4\Delta'$$

$\Delta' < 0$ équivaut à $ax^2 + bx + c = 0$ n'est pas de solutions dans R

Si $\Delta' = 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une racine double $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

Si $\Delta' > 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

a deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$ et $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$

Somme et produit des racines de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

Dans le cas où $\Delta \geq 0$ alors $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Remarque :

Si $a + b + c = 0$ alors $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a}$

Si $a - b + c = 0$ alors $x_1 = -1$ et $x_2 = -\frac{c}{a}$



<http://maths-akir.nidiblogs.com/>

