

EXERCICE N°1

On considère la fonction f définie sur $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ par $f(x) = \frac{-4x^2 + 8x - 2}{1 - 2x}$.

1°) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{1 - 2x}$.

2°) Étudier les variations des fonctions g et h définies sur $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ par $g(x) = \frac{1}{1 - 2x}$ et $h(x) = 2x - 3$.

3°) Dédire des deux questions précédentes les variations de la fonction f .

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur $[-3; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 5}$

1°) Démontrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire : $f(x) = 2 - \frac{7}{x + 5}$.

2°) Démontrer que f est croissante sur $[-3; +\infty[$

3°) a) Démontrer que f admet un minimum, le préciser.

b) Démontrer que f admet un majorant, en préciser un.

c) En déduire que f est bornée et indiquer un encadrement de $f(x)$.

EXERCICE N°3

On considère les fonctions de références suivantes :

u définie sur \mathbb{R} par $u(x) = x^2$ et v définie sur l'ensemble des réels non nuls par $v(x) = \frac{1}{x}$.

Décomposer chacune des fonctions suivantes à l'aide des fonctions u , v et de fonctions affines. En déduire leurs variations sur l'intervalle donné.

a) $f(x) = (4 - 2x)^2$ sur $[2; +\infty[$.

b) $g(x) = \frac{2}{x} - 1$ sur $]0; +\infty[$.

EXERCICE N°4

Étudier les variations de f sur I .

1°) $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $I =]1, +\infty[$

2°) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$, $I = \left] 0, \frac{2}{3} \right[$

EXERCICE N°5

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x(1 - x)$

1°) Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $f(x) \leq \frac{1}{4}$

2°) En déduire que la fonction f admet un maximum en $x = \frac{1}{2}$

3°) Démontrer que $f(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ et en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[$ et

décroissante sur l'intervalle $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$

EXERCICE N°6

Montrer que la fonction $f : f(x) = 1 - x + \frac{1}{1+x}$ est décroissante sur $] -1, +\infty[$

EXERCICE N°7

Soit : $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x + \frac{1}{x}$

1°) Montrer que : pour tout x de $\left] \frac{1}{2}, 3 \right]$, on a : $2 \leq f(x) \leq \frac{10}{3}$



2°) En déduire que : $\forall (a,b,c,d,e,f,g,h) \in \mathbb{R}_+^* : \frac{a}{h} + \frac{b}{g} + \frac{c}{f} + \frac{d}{e} + \frac{e}{d} + \frac{f}{c} + \frac{g}{b} + \frac{h}{a} \geq 8$

EXERCICE N°8

On considère les fonctions f et g définie par $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ et $g(x) = x - \frac{1}{x}$

- 1°) Déterminer le domaine de définition de g et étudier sa parité.
- 2°) Montrer que g est strictement croissante sur $]0, +\infty[$
- 3°) Sur $]0, +\infty[$, résoudre l'équation $g(x) = 0$ et chercher le signe de $g(x)$.
- 4°) Déterminer les variations de g^2
- 5°) Déterminer le domaine de définition de f et étudier sa parité.
- 6°) Exprimer f en fonction de g^2
- 7°) En déduire les variations de f sur $]0, +\infty[$. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE N°9

Déterminer le plus grand des deux nombres : $A = \frac{1,0000004}{(1,0000006)^9}$ et $B = \frac{(0,9999995)^9}{0,9999998}$

EXERCICE N°10

Un triangle isocèle ABC a pour base $[BC]$ telle que $BC=6$ et pour hauteur $[AH]$ telle que $AH=5$. Considérons sur $[AH]$ un point M et posons $AM=x$.

La parallèle à (BC) passant par M coupe $[AB]$ en I et $[AC]$ en J .

- 1°) Calculer la longueur IJ en fonction de x .
- 2°) a) Désignons par y l'aire du triangle AIJ . Exprimer y en fonction de x lorsque M décrit $[AH]$.
b) Soit f la fonction qui à x associe y . Préciser l'ensemble de définition de f .
c) Étudier les variations de f .

EXERCICE N°11

ABC est un triangle isocèle tel que $AB=AC=5$ et $BC=6$. Par un point D de $[AB]$, tracez la parallèle à (BC) ; elle coupe (AC) en E . On pose $AD=x$.

- 1°) Calculer BD , EC , ED en fonction de x .
- 2°) Désignons par y le périmètre du trapèze $BDEC$. Exprimer y en fonction de x . Représentez graphiquement la fonction f définie sur $[0,5]$, qui à x associe y .
- 3°) La hauteur du triangle ABC , issue de A , coupe $[DE]$ en I et $[BC]$ en H .
a) Calculer AH .
b) Calculer, en fonction de x , l'aire z du trapèze $BDEC$.
c) Étudier la fonction g définie sur $[0,5]$ qui à x associe z .

EXERCICE N°12

Un triangle ABC , de hauteur $[AH]$, est tel que $AB=5$, $BC=8$, $AH=4$. Construisez un tel triangle. Par un point K de $[AH]$, menez la parallèle à (BC) qui coupe respectivement $[AB]$ et $[AC]$ en M et N .

Soit P et Q les projetés orthogonaux respectifs de M et N sur (BC) . Posons $AK=x$

- 1°) Calculer, en fonction de x , le périmètre, noté $p(x)$, du rectangle $MNPQ$. Étudier les variations de la fonction p et tracez sa courbe représentative.
- 2°) Calculer en fonction de x l'aire, notée $a(x)$, du rectangle $MNPQ$. Étudier les variations de la fonction a et tracez sa courbe représentative.
- 3°) Déterminer x pour que l'aire du rectangle soit maximale. Calculer ce maximum.

EXERCICE N°13

$ABCD$ est un trapèze isocèle de bases $[AB]$ et $[CD]$ tel que : $AB=12$, $BC=5$ et $CD=6$.

Soit M un point de $[AD]$. La parallèle à (AB) passant par M coupe (BC) en N . Soit H le projeté orthogonal de C sur $[AB]$ et E le point d'intersection de (CH) et (MN) . Posons $AM=x$.

1°) Montrer que : $EN = \frac{3}{5}(5-x)$ et $EH = \frac{4}{5}x$. En déduire que $MN = \frac{6}{5}(10-x)$

2°) Désignons par y l'aire du trapèze $MNBA$.

- a/ Exprimer y en fonction de x .
- b/ Étudier les variations de la fonction f , définie sur $[0,5]$, qui à x associe y et tracez sa courbe représentative

EXERCICE N°14

La figure 2 est la représentation graphique d'une fonction u définie sur \mathbb{R} . Les deux autres courbes sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} telles que : $f(x) = u(x+a)$ et $g(x) = u(x)+b$ où a et b sont des réels.

Trouver les courbes représentatives des fonctions f et g et donner la valeur des réels a et b .

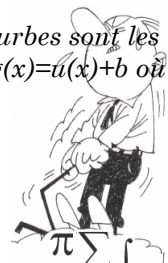


Figure 1

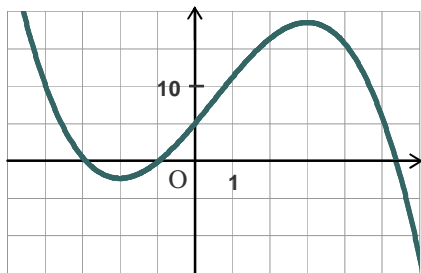


Figure 2

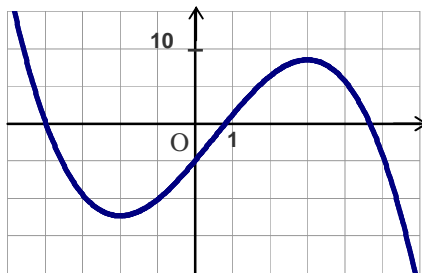
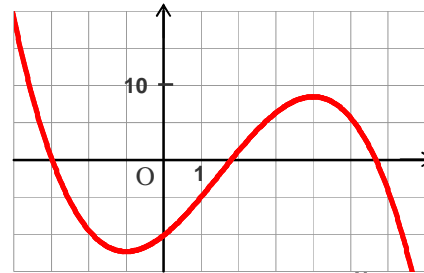
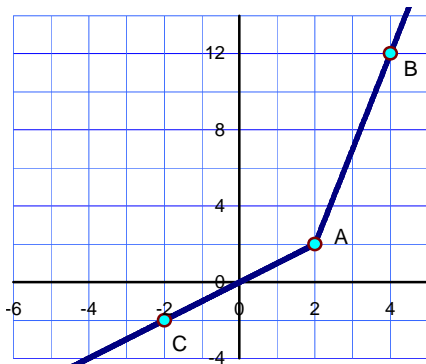


Figure 3



EXERCICE N°15



f est une fonction affine par morceaux définie sur \mathbb{R} telle que $f(x) = a|2 - x| + bx + c$

1. Déterminer les réels a , b et c sachant que la courbe représentative de la fonction f est donnée ci-contre.
2. Exprimer $f(x)$ sans utiliser la notation valeur absolue.

<http://maths-akir.midi1010.com/>

