

# MATH AKIR

## SEMAINE DES SUITES REELLES ORIGINAL (AKIR ALI)

### 7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

---

#### ♣ *Exercice n°07*

On considère la suite  $U$  définie par  $U_0 = 0$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} = \frac{U_n + 6}{U_n + 2}$

1. Montrer que  $U_{n+1} - 2$  et  $U_n - 2$  sont de signes contraires.

2. En déduire que pour tout  $p$  de  $\mathbb{N}$ ,  $U_{2p} \leq 2 \leq U_{2p+1}$ .

3. En déduire que si  $U$  est convergente, alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$ .

4. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$ ,  $U_n \geq 1$ .

5.

a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $|U_{n+1} - 2| \leq \frac{1}{3}|U_n - 2|$

b. En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $|U_n - 2| \leq \frac{2}{3^n}$ . Calculer alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

# MATH AKIR

## SEMAINE DES SUITES REELLES ORIGINAL (AKIR ALI)

### 7 EXERCICES-NIVEAU 4EME MATHS

Un exercice chaque jours

---

6. Soient les suites définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n U_{2k}$ ,  $b_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n U_{2k+1}$ ,  $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n U_k$

a. Montrer que pour tout pour tout  $k$  de  $\mathbb{N}^*$ , on a :  $2 - \frac{2}{9^k} \leq U_{2k} \leq 2$  et  $2 \leq U_{2k+1} \leq 2 + \frac{2}{3 \times 9^k}$

b. En déduire :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$

c. Montrer que pour tout pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  : 
$$\begin{cases} S_{2n} = \frac{a_n + b_n}{2} - \frac{U_{2n+1}}{2n} \\ S_{2n+1} = \frac{n(a_n + b_n)}{2n+1} \end{cases}$$

d. Calculer alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$