

EXERCICE N°1

Dans l'espace ξ , rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(0, 1, -1)$, $B(3, 2, 1)$ et $C(2, 0, 2)$.

1°) Vérifier que ABC est un triangle isocèle.

2°) Calculer $\cos(\widehat{BAC})$

3°) Soit P l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{CA}$.

Montrer que P est le plan médiateur du segment $[BC]$.

EXERCICE N°2

Dans l'espace ξ , rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(m+1, 2m-3, 2-2m)$, $B(3, 1, -2)$, $C(4, 0, 2)$ et $D(1, 3, 0)$; où m est un réel.

1°) Déterminer m pour que ABC soit un triangle rectangle en A .

2°) Déterminer m pour que A appartienne au plan médiateur de $[BC]$.

3°) Vérifier que les points B , C et D ne sont pas alignés.

4°) Déterminer m pour que (AC) soit perpendiculaire au plan (BCD) .

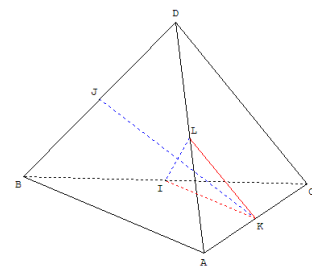
EXERCICE N°3

Soit $ABCD$ un tétraèdre et I, J, K et L les milieux de $[BC]$, $[BD]$, $[CA]$ et $[DA]$.

1°) Exprimer \overrightarrow{LI} et \overrightarrow{KJ} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

3°) Montrer que les droites (LI) et (KJ) sont orthogonales si et seulement si :

$AB = CD$.



EXERCICE N°4

On considère quatre points distincts A, B, C et D de l'espace.

1°) Exprimer $AC^2 - AD^2$ et $BC^2 - BD^2$ sous la forme de produits scalaires.

2°) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales si et seulement si

$AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$.

3°) Application: on suppose que le tétraèdre $ABCD$ soit tel que les arêtes (AB) et (CD) soient orthogonales ainsi que les arêtes (BC) et (AD) . Montrer alors qu'il en est de même des arêtes (BD) et (AC) .

EXERCICE N°5

On considère un cube $ABCDEFGH$, d'arête de longueur a (a réel strictement positif). Soit I le point d'intersection de la droite (EC) et du plan (AFH) .

Montrer que la droite (EC) est perpendiculaire au plan (AFH) .

EXERCICE N°6

Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier (les 6 arêtes sont égales et valent c).

1°) Démontrer que (AB) est orthogonal à (CD) .

2°) Démontrer que la droite (IJ) , qui joint les milieux des côtés $[AB]$ et $[CD]$ est perpendiculaire à (AB) et (CD) .

3°) Calculer la hauteur du tétraèdre en fonction de c .

