On note par , I : un intervalle de R et f une fonction définie sur I

Définition :

Une primitive de f sur I est une fonction F dérivable sur I et telle que : pour tout x de I on a :
$F'(x) = f(x)$

Théorème 1

Toute fonction continue sur I admet une primitive sur I

Théorème 2

Soit f une fonction continue sur I, alors f admet une infinité de primitives sur I et si F est l'une d'entres elles, toute autre primitive G de f sur I est définie par : G(x) = F(x) + constante

Théorème 3

Soit f une fonction continue sur I. x_0 est un réel donné de I et y_0 est un réel donné.
Alors il existe un primitive G de f sur I et une seule telle que $G(x_0) = y_0$

Théorème 4

F et G sont des primitives respectives de f et g sur I, alors :aF+ bG est une primitive de af + bg sur I

Primitives des fonctions usuelles

F désigne une primitive de la fonction f sur un intervalle I et a , ω, φ des réels avec $\omega \neq 0$

f	I	F
$x \mapsto a$	R	$x \mapsto ax + c$
$x \mapsto x^n , n \in N^*$	R	$x \mapsto \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$x \mapsto \dfrac{1}{x^n} , n \in N^* - \{1\}$	$]0,+\infty[ou \ ]-\infty,0[$	$x \mapsto \dfrac{x^{-n+1}}{-n+1} + c$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$[0,+\infty[$	$x \mapsto \dfrac{2}{3} x\sqrt{x} + c$
$x \mapsto \cos x$	R	$x \mapsto \sin x + c$
$x \mapsto \sin x$	R	$x \mapsto -\cos x + c$
$x \mapsto \sin(\omega x + \varphi)$	R	$x \mapsto -\dfrac{1}{\omega}\cos(\omega x + \varphi) + c$
$x \mapsto \cos(\omega x + \varphi)$	R	$x \mapsto \dfrac{1}{\omega}\sin(\omega x + \varphi) + c$
$x \mapsto 1 + \tan^2 x$	$\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$	$x \mapsto \tan x + c$

Calcul de primitives

F désigne une primitive de la fonction f sur un intervalle I et u et v deux fonctions dérivable sur I.

f	condition	F
$u'u^n , n \in N^*$		$\dfrac{u^{n+1}}{n+1}$
$u'v + v'u$		$u.v$
$\dfrac{u'}{u^n} , n \in N^* - \{1\}$	$\forall x \in I, \quad u(x) \neq 0$	$\dfrac{u^{-n+1}}{-n+1}$
$\dfrac{u'v - v'u}{v^2}$	$\forall x \in I, \quad v(x) \neq 0$	$\dfrac{u}{v}$
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$\forall x \in I, \quad u(x) > 0$	$2\sqrt{u}$
$u'\sqrt{u}$	$\forall x \in I, \quad u(x) \geq 0$	$\dfrac{2}{3}u\sqrt{u}$
$u'\sqrt[n]{u^{1-n}} , n \in N^* - \{1\}$	$\forall x \in I, \quad u(x) > 0$	$n\sqrt[n]{u}$
$u'(w' \circ u)$	w est dérivable sur $u(I)$	$w \circ u$