

<http://maths-ahir.midiblog1.com>

## Devoir de contrôle n°2

Bienvenue sur mon blog de  
mathématiques  
AKIR ALI  
GSM : 24 96 24 30

### Exercice n°1 (3 points)

Cocher la réponse exacte. ( sur l'annexe )

1°) Soit  $f$  et  $g$  des similitudes directes et  $A$  un point du plan donné. Sachant que  $g(f(A)) = f(g(A))$  alors on a :

- a)  $f \circ g = g \circ f$        b)  $f \circ g \neq g \circ f$        c) On ne peut pas conclure

2°) Soit  $f$  et  $g$  des similitudes directes, alors  $f^{-1} \circ g^{-1} \circ f \circ g$  est une

- a) Translation       b) Rotation       c) Symétrie axiale

3°) Soit pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ ,  $h(x) = x + \int_0^1 |t - x| dt$ . Alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$

- a)  $+\infty$        b)  $-\infty$        c) Un nombre réel  $\ell$  fini

### Exercice n°2 (8 points)

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 1), ABCD est un rectangle tel que  $AD = a$  et  $AB = a\sqrt{3}$  ( $a > 0$ ) et  $(\vec{AB}, \vec{AD}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ .

Soit les points  $I$  et  $J$  du segment  $[BD]$  tel que  $BJ = DI = \frac{a}{2}$ . ( voir figure1)

1°) Construire le point  $M$  tel que  $J$  soit le barycentre de  $(C, 1)$  et  $(M, -\sqrt{3})$  (expliquer la construction)

2°) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude  $f$  qui transforme  $A$  en  $J$  et  $I$  en  $B$ .

3°) Construire le centre  $K$  de  $f$ .

4°) Le plan est muni du repère orthonormé direct  $(D, \vec{u}, \vec{v})$  tels que  $\vec{u} = \frac{1}{a\sqrt{3}} \vec{DC}$  et  $\vec{v} = \frac{1}{a} \vec{DA}$ .

Donner l'écriture complexe de la similitude  $f$ . En déduire l'affixe de point  $K$ .

5°) Soit  $g$  la similitude indirecte de centre  $J$ , qui envoie  $B$  sur  $C$ .

a) Vérifier que  $g$  est de rapport  $\sqrt{3}$

b) Déterminer d'axe  $\Delta$  de  $g$ .

6°) Déterminer les images de  $I$  et  $A$  par  $g \circ f$ .

7°) Identifier la nature de  $g \circ f$  et déterminer ses éléments caractéristiques.

### Exercice n°3 (9 points)

#### Partie 1

Soit  $\xi$  l'ensemble des fonctions  $f$ , tels  $f$  est dérivable sur  $[a, b]$  et son dérivé  $f'$  est continue sur  $[a, b]$  et on a  $f(a) = f(b) = 0$ . ( $a < b$ )

Soit pour tout fonction  $f$  de  $\xi$  :  $U(f) = \int_a^b f(x) dx$

Il existe un réel  $M > 0$  tel que pour tout  $x$  de  $[a, b]$  :  $|f'(x)| \leq M$ .

1°) Montrer que  $U(f) = -\frac{1}{2} \int_a^b (2x - a - b) f'(x) dx$ .

2°) Montrer que  $\int_a^{\frac{a+b}{2}} (a + b - 2x) dx = \int_{\frac{a+b}{2}}^b (2x - a - b) dx = \frac{(b-a)^2}{4}$

3°) En déduire que :  $|U(f)| \leq \frac{(b-a)^2}{4} M$

*Partie 99*

Soit la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$  par  $g(x) = \sqrt{(3-4x)^3(4x-1)^3}$

1°) Montrer que la fonction  $g \in \xi$

2°) Dresser le tableau de variations de  $g$ .

3°) Construire  $(\zeta)$ , courbe représentative de  $g$  dans un repère orthogonale  $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$  ( Sur l'annexe figure 2)

4°) Montrer que  $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} g(x) dx \leq \frac{3}{8}$

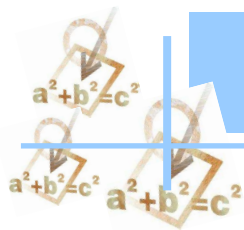
5°) En déduire que  $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} (5-16x^2) \sqrt{(3-4x)(4x-1)} dx \leq \frac{3}{8}$

6°) Soit  $h$  la restriction de  $g$  sur l'intervalle  $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

a) Montrer que  $h$  est une bijection de  $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera.

b) Montrer que pour tout réel  $x$  de  $J$  :  $h^{-1}(x) = \frac{2 - \sqrt{1 - \sqrt[3]{x^2}}}{4}$

c) Montrer que  $2 \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} g(x) dx + 4 \int_0^1 h^{-1}(x) dx = 1$



Bienvenue sur mon blog de  
mathématiques  
AKIR ALI  
GSM : 24 96 24 30

Bac spécial

Annexe à rendre avec la copie

Nom : ..... Prénom : ...

Exercice n°1

Question n°1	Question n°2	Question n°3

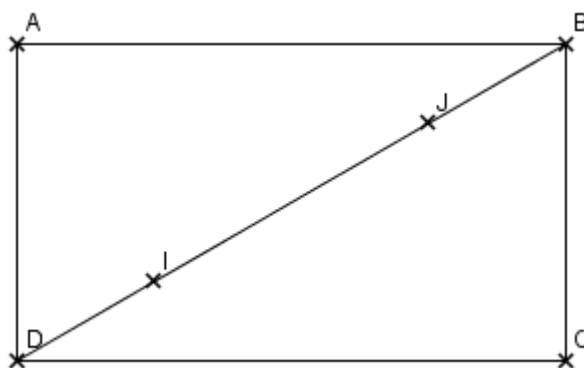


Figure 1

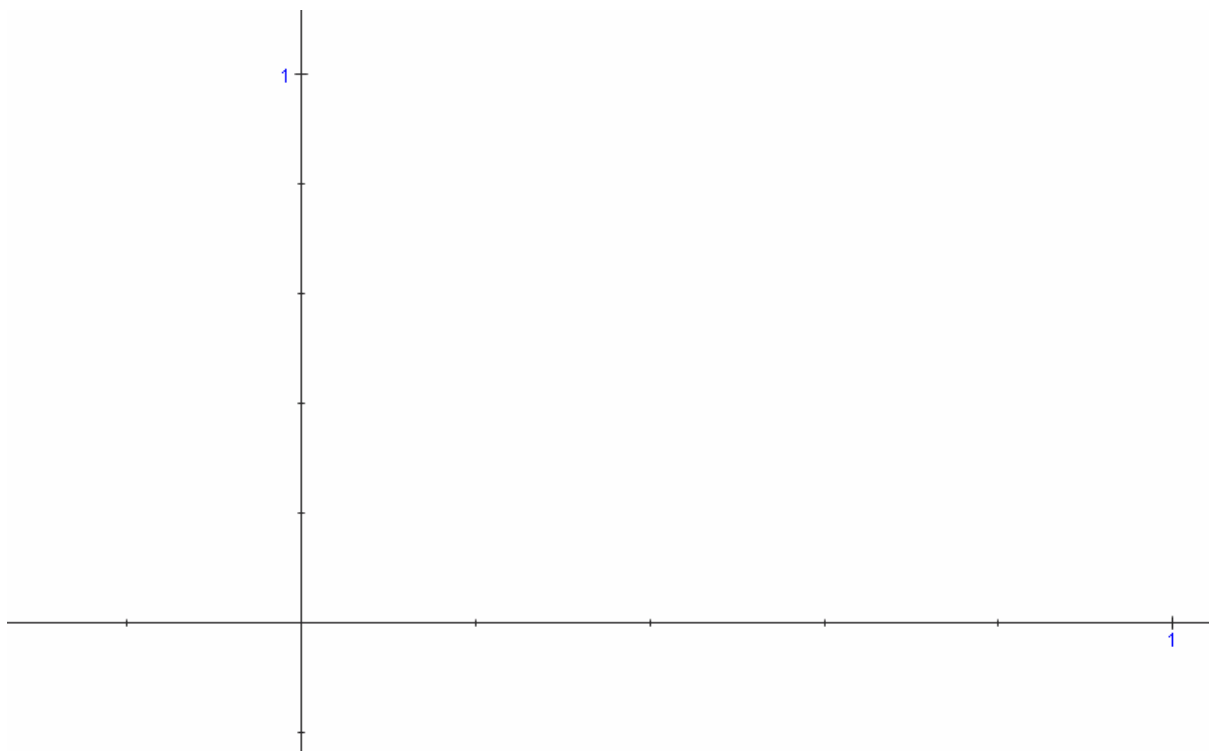


Figure 2

Bac spécial