Fiche de cours $3^{ème}$technique
LIMITES

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et x_0 un réel de I.

Limite en un réel

*)Si f admet une limite en a alors cette limite est unique.

*) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell$, si et seulement si $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\ell$

Opération sur les limites

Si $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell$ et $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\ell'$ alors :

$\lim\limits_{x_0} f+g=\ell+\ell'$	$\lim\limits_{x_0} kf=k\ell$	$\lim\limits_{x_0} \lvert f\rvert=\lvert\ell\rvert$
$\lim\limits_{x_0}\frac{1}{f}=\frac{1}{\ell}\ (\ell\neq 0)$	$\lim\limits_{x_0}\frac{g}{f}=\frac{\ell'}{\ell}\ (\ell\neq 0)$	Si $f(x)\geq 0$ alors $\lim\limits_{x_0}\sqrt{f}=\sqrt{\ell}$

Si $f(x)\geq 0$ alors $\ell\geq 0$	Si $f(x)\leq 0$ alors $\ell\leq 0$

Limites remarquables $(a\in R)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x-a}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{a-x}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x-a}}=0$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{a-x}}=0$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(x-a)^n=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty}(x-a)^{2n}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty}(x-a)^{2n+1}=-\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{(x-a)^n}=0$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{(x-a)^n}=0$	$\lim\limits_{x\to a}\frac{1}{(x-a)^{2n}}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to a^+}\frac{1}{(x-a)^{2n+1}}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to a^-}\frac{1}{(x-a)^{2n+1}}=-\infty$
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin ax}{x}=a$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan ax}{x}=a$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos ax}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos ax}{x^2}=\frac{a^2}{2}$

LIMITES

Soient P et Q deux fonctions polynôme de degré n et m et du monôme de plus haut degré a_nx^n et b_nx^m respectivement alors

$$\lim_{x\to+\infty}P(x)=\lim_{x\to+\infty}a_nx^n\ ;\ \lim_{x\to-\infty}P(x)=\lim_{x\to-\infty}a_nx^n\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{a_nx^n}{b_mx^m}\ ;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{a_nx^n}{b_mx^m}$$

Exemple : $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^3-2x^4+x-1}{x^2+5x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-2x^4}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}-2x^2=-\infty$

Formes indéterminées :

$\infty-\infty$	$\frac{\infty}{\infty}$	$0.\infty$	$\frac{0}{0}$